EDUKACJA FILOZOFICZNA
Vol. 50 2010

REKONSTRUKCJE, INTERPRETACJE, PRZEGLĄDY

*JOANNA OBRĘBSKA*
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

# LOGIKA ZMIAN DYCHOTOMICZNYCH JAKO RACHUNEK NADBUDOWANY NAD KLASYCZNYM RACHUNKIEM ZDAŃ

Czas jest jednym z tych pojęć które dość mocno są zakorzenione w języku człowieka. Posługując się językiem naturalnym często odnosimy się do zdarzeń przyszłych lub przeszłych. Podobnie jest w przypadku języków nauk formalnych. Szczególnym przykładem, jeśli chodzi o język, może być logika temporalna czy logika zmian. Oba typy logik zawierają analizę takich zwrotów czasowych jak: *teraz*, *zawsze*, *kiedyś*, *poprzednio*, *następnie* itd. Logiki temporalne powstały, ponieważ w języku klasycznego rachunku zdań nie mogliśmy formułować zdań dotyczących zdarzeń przyszłych czy przeszłych. W podobnym celu powstały logiki zmian, które w swoim leksykonie zawierają zwroty odnoszące się do zmian zachodzących w czasie[1].

W tym artykule zostanie przedstawiona idea konstruowania logik zmian dychotomicznych (w skrócie *LZD)* zapoczątkowana przez Józefa Wajszczyka. Oprócz rachunku Wajszczyka przedstawimy także propozycję konstrukcji czterech nowych systemów logiki zmian dychotomicznych. Punktem wyjścia dla tych rozważań jest rozprawa habilitacyjna Wajszczyka zatytułowana *Logika a czas i zmiana*, opublikowana w 1995 roku. Na wstępie scharakteryzujemy jakiego rodzaju rachunkiem logicznym jest logika zmian dychotomicznych oraz na bazie których znanych rachunków powstała.

W tym celu możemy posłużyć się podziałem logik nieklasycznych (ze względu na pewne kryteria) jaki został zaproponowany przez Susan Haack:

[1]S. Snihur, *Czas i przemijanie.* Warszawa 1990, s.20.

1. Rachunki dewiacyjne - takie które zawierają język klasycznego rachunku zdań, ale posiadają inny zestaw praw lub poprawnych inferencji, są po prostu osłabieniem klasycznego rachunku zdań, np. wielowartościowe rachunki J. Łukasiewicza, intuicjonistyczny rachunek Heytinga.

2. Rachunki będące rozszerzeniem klasycznego rachunku zdań - takie, których język oprócz funktorów prawdziwościowych zawiera jeszcze inne funktory zdaniotwórcze, ale rachunki są zgodne z klasycznym rachunkiem zdań co do praw oraz poprawnych inferencji, np. niektóre ze znanych rachunków modalnych, logiki temporalne, logiki niefregowskie, a także logiki zmian dychotomicznych o których mowa w tym artykule.

3. Rachunki będące zarówno rozszerzeniem jak i dewiacją klasycznego rachunku zdań - rachunki posiadające funktory analogiczne do funktorów prawdziwościowych oraz wprowadzające nowe funktory, rachunki te odrzucają niektóre poprawne inferencje z punktu widzenia klasycznego rachunku zdań, np. logika kierunkowa L. S. Rogowskiego.

Logiki będące rozszerzeniem klasycznego rachunku zdań są nadbudowane nad klasycznym rachunkiem zdań poprzez wprowadzenie nowych, niedefiniowalnych funktorów zdaniotwórczych. Jeśli uznamy iż klasyczny rachunek zdań, skrótowo *KRZ* nie jest wystarczającym narzędziem do przeprowadzania rozumowań dotyczących czasu i zmiany, ze względu na „ograniczoność języka”, to tworzenie jego rozszerzeń wydaje się podejściem jak najbardziej słusznym. Rachunki te jednak w całości zachowują prawa i inferencje klasycznej logiki zdaniowej, i w tym miejscu nie może pojawić się jakakolwiek sprzeczność.

Logiki temporalne należą właśnie do tej grupy rachunków. A zatem są to logiki, których język jest rozszerzeniem języka klasycznego rachunku zdań, poprzez wprowadzenie specyficznych jednoargumentowych funktorów temporalnych, niedefiniowalnych za pomocą funktorów prawdziwościowych.:

*Gp* -„*zawsze* w *przyszłości będzie tak, że p* ”,
*Fp* - „*kiedyś w przyszłości będzie tak, że p* ”,
*Hp* - „*zawsze w przeszłości było tak, że p*”,
*Pp* - „*kiedyś w przeszłości, było tak, że p*”.

Wszystkie spójniki klasyczne zachowują swoje znaczenie w logikach temporalnych. Jednak ze względu na to, iż język ten został wzbogacony o nowe symbole, mówiąc o zdaniach prawdziwych musimy mieć na uwadze zarówno zdania prawdziwe ze względu na znaczenie spójników klasycznych, jak i te w których występują nowe symbole.

W logikach temporalnych *czas* zazwyczaj jest definiowany jako para zbiór momentów czasowych *T* oraz relacja < porządkująca ten zbiór. Czas tworzy ramę ( T, < ) .W zależności od przyjętych własności relacji *wcześniej-później* otrzymujemy inny model czasu, np. czas może być rozgałęziony, liniowy, może być też kolisty, ciągły (czyli taki który nie zawiera luk) albo gęsty, można też przyjąć czas dyskretny itp. Pomysł przedstawiania czasu w postaci zbioru i relacji porządkującej ten zbiór został zaczerpnięty z semantyki S.A. Kripkego dla logiki modalnej.

Najprostszym rachunkiem logiki temporalnej była logika minimalna Lemmona. Logika ta składała się z czterech aksjomatów, które nie nakładały żadnych warunków na struktury czasowe. Rozszerzeniem tego rachunku była logika skonstruowana przez N. B. Cocchiarelli, która poza aksjomatyką logiki Lemmona zawierała dodatkowy aksjomat dotyczący przechodniości relacji porządku czasowego.

*Temporal Logic of Branchimg Time* ( logika czasu rozgałęzionego) jest rachunkiem skonstruowanym przez N. Reschera i A. Urguharta. Chocchiarelli skonstruował ponadto rachunek zwany *Logic of Linear Time.* Relacja porządku czasowego jest w tym rachunku przechodnia i obustronnie liniowa. Rozszerzeniem tego rachunku był rachunek *tense logic*, oznaczony przez symbol SL skonstruowany przez D. Scotta, w którym relacja porządku czasowego jest nie tylko przechodnia i obustronnie linearna, ale także bez elementu początkowego i końcowego. A.N. Prior jest autorem rachunku oznaczonego symbolem PL gdzie relacja porządku czasowego jest przechodnia, obustronnie linearna, bez elementów końcowych (tak jak w logice D. Scotta), ale i dodatkowo gęsta. Ten właśnie model czasu został wykorzystany przez J. Wajszczyka do konstrukcji semantyki dla logiki zmian dychotomicznych.

Spora część dorobku naukowego J. Wajszczyka dotyczyła właśnie logik temporalnych. Wajszczyk konstruował własne rachunki, a także przeprowadził wiele rekonstrukcji znanych rachunków logicznych w logikach temporalnych (w książce *Logiki w logice,* 2001 rok).

Innym ważnym rachunkiem, który odegrał istotną rolę przy konstrukcji *LZD,* jest rachunek *And Next* G.H von Wrighta opublikowany w 1965 roku ( wcześniej zapowiadany jako *Logic of change')*[1]. Rachunek *And Next* G.H von Wrighta zawierał nowy dwuargumentowy funktor:

→» - „ *teraz... a następnie..."* .

Funktor (-»różnił się od operatorów stosowanych w systemach logiki temporalnej tym, że nie odnosił się ani do całej przyszłości jak *G,* czy całej przeszłości jak *H.* Operator → odnosił się do momentu „teraz” oraz do jego najbliższej przyszłości. W swojej pracy J.Wajszczyk przedstawił własną interpretację rachunku *And Next* G.H.von Wrighta, a także skonstruował ośmioelementową matrycę dla tego rachunku. Dalsze prace nad rachunkiem *And Next* były prowadzone w pracy doktorskiej „O możliwości rekonstrukcji pewnych logik nieklasycznych w logikach tensalnych” J. Nowogrodzkiej. Znajduje się tam dowód twierdzenia o pełności dla *And Next* oraz rekonstrukcja *And Next* w logice temporalnej czasu liniowego dyskretnego 2 - momentowego.[3]

Wajszczyk w swojej pracy *Logika a czas i zmiana* wykazał, że funktor zmiany wprowadzony przez von Wrighta jest niedefiniowalny w języku logik czasu (czyli przy pomocy funktorów *G, H).* Stąd powstał pomysł konstrukcji nowego rachunku zmiany, ale takiego którego interpretacja będzie możliwa w algebrach temporalnych. Wajszczyk wybrał model czasu gęstego, liniowego, bez początku i bez końca (model czasu dla logiki temporalnej PL Priora). I tak powstała logika zmian dychotomicznych, która miałaby opisywać zmianę skokową w dowolnie wybranym momencie continuum.

**1. Zmiana w ujęciu J. Wajszczyka.** Pojęcie zmiany możemy zdefiniować za J. Łukasiewiczem: „*Mówimy, że jakiś przedmiot konkretny się zmienia, jeżeli jest teraz innym, niż był przedtem* ”[4].

[2] G. H. von Wright, *And Next,* “Acta Philosophica Fennica”, 1965 fasc.18, s.293
[3] Chodzi tutaj o pracę doktorską J. Nowogrodzkiej na temat: *O możliwości rekonstrukcji pewnych logik nieklasycznych* w *logikach tensalnych,* napisaną pod kierunkiem J. Wajszczyka, Olsztyn 2001
[4] J. Lukasiewicz: *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny.* Warszawa 1906, s.49

Upuszczona książka poprzez siłę grawitacji ląduje na podłodze, kostka lodu pod wpływem wysokiej temperatury topnieje, kawałek drewna wrzucony do ognia zamienia się w węgiel. W każdym z tych przypadków dany przedmiot stawał się różny pod względem jakiejś własności (kształtu, wielkości, czy temperatury). Za każdym razem mieliśmy także różnicę w czasie. Istniało jakieś „przedtem”, kiedy kostka lodu przypominała swoim kształtem bryłę i jakieś „potem”, w którym ta sama kostka lodu była już cieczą. W następnym momencie ta sama kostka lodu mogła być w nowej postaci lub ponownie zamienić się w bryłę lodu. Na podstawie obserwacji możemy więc stwierdzić, że w którymś z tych trzech momentów: „przedtem”, „teraz”, „potem” - zaszła zmiana.

Józef Wajszczyk, aby opisać zjawisko zmiany przyjął pewne założenia wstępne dotyczące istnienia: 1. czasu, 2. obiektów, 3. własności tych obiektów. Zdefiniował także pojęcie zmiany dychotomicznej.

Wyrażenie *dychotomiczny* oznacza podział obiektów na dwie podklasy. W naszym przypadku mówimy raczej o zmiennych stanach rzeczy. Wajszczyk definiuje pojęcie zmiany dychotomicznej następująco:

*„(...) jedynymi sposobami zmian jakie zachodzą w algebrach temporalnych są przejścia skokowe od zachodzenia pewnego stanu rzeczy do niezachodzenia tego stanu rzeczy lub odwrotnie. Zmian ciągłych, w których przejście od pewnego stanu do stanu innego jest rozłożone w czasie i przebiega w sposób stopniowy i ciągły, konceptuałizacja ta nie obejmuje"'*[5].

A zatem zmiana dychotomiczna to przejście od pewnego stanu rzeczy do innego. Przeciwieństwem do zmiany dychotomicznej jest zmiana ciągła[6].

Fakt, że zaszła zmiana w jakimś momencie *t* możemy w skrócie zapisać następująco (operator ↑ oznacza "*zmienia się" .):*

[5]J.Wajszczyk: *Logika a czas i zmiana.* Olsztyn 1995, s.76

[6] J.Wajszczyk skonstruował także *LZC* logikę zmian ciągłych. Logiki zmian ciągłych powstały poprzez wprowadzenie nowego zwrotu *„staje się tak , że...* Termin ten wskazywał pewną dynamikę, a mianowicie, na to, że zmiana zachodzi w sposób ciągły, przez pewien okres czasu. J. Wajszczyk scharakteryzował ten operator w sposób następujący: *„jeszcze nie jest tak, że α, ale istnieje tendencja do tego, by było tak, że α, (która* w *przyszłości zrealizuje się bądź nie)* W: *Logika a czas i zmiana ,* s. 106

$\uparrow_T W(a)$ czytamy „*w chwili t obiekt a zmienia się pod względem własności W.*”[7]

Logiki temporalne to rachunki, których aksjomatyka ściśle była związana z modelem czasu jaki opisywała. Logiki zmian dychotomicznych również są związane z czasem. Niezbędne jest zatem określenie jakiego rodzaju strukturą czasową chcemy się zajmować. Wąjszczyk do budowy rachunku *LZD* wybrał model czasu logiki A.N. Priora, czyli czas który jest liniowy, gesty, bez elementów końcowych. Definicja zmiany zachodzącej w czasie gęstym:

„d/a *dowolnego momentu to należącego do takiej struktury obiekt a zmianie się* w *momencie* $t_0$ *pod względem własności W wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego otoczenia czasowego to (w tym dowolnie małego) istnieje moment t należący do tego otoczenia, w którym obiekt a jest różny niż w momencie to pod względem własności W”.*[8]

Symbolicznie:

$$\uparrow_{t0} W(a)\ \mathrm{V}_{t1t2}\ [t_1 < t_0 < \mathrm{t}\ 2 \rightarrow \mathrm{E}\ (\mathrm{t}_1 < \mathrm{t}_2 \wedge \sim (\mathrm{W}\ (\mathrm{a}, \mathrm{t}_0) \leftrightarrow \mathrm{W}\ (\mathrm{a}, \mathrm{t})))]$$ [9]

A zatem mówimy, że zaszła zmiana w momencie *to* , wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taki moment *t* leżący pomiędzy lewostronnym sąsiedztwem ($t_1$) a prawostronnym sąsiedztwem ($t_2$) momentu $t_0$ Zmiana może zajść w prawo lub lewostronnym sąsiedztwie momentu $t_0$. W przypadku luki w czasie zmiana nie zachodzi.

Przykład. 1.

*Jan rozmyśla o logikach parakonsystentnych. (t)*

*Jan nie rozmyśla o logikach parakonsystentnych.* (t*)

Niech *t < t*:* Jeżeli Jan rozmyśla o logikach parakonsystentnych w momencie *t,* a moment *t** należy do prawostronnego sąsiedztwa momentu *t,* to możemy powiedzieć, że w momencie *t* zaszła zmiana.

Analogicznie - gdy *t** należy do lewostronnego sąsiedztwa momentu *t.*

[7] J.Wajszczyk: *Logika a czas i zmiana,* s. 11.

[8] Tamże, s. 13.

[9] Tamże.

Niech *t* < *luka w czasie* < *t* :* wówczas mamy lukę w miejscu prawostronnego sąsiedztwa momentu *t* i o zmianie w momencie *t* nie możemy mówić.

**2. System logiki zmian dychotomicznych.** Rachunek *LZD* jest nadbudowany nad klasycznym rachunkiem zdań czyli w swoim leksykonie poza funktorami prawdziwościowymi ~, ∧, ∨, →, ↔ zawiera także dwa nowe funktory jednoargumentowe:

> *α—następnie α*

< *α-poprzednio α*

Znaczenie tych operatorów należy jednak wyjaśnić, ponieważ jak już wspomniano - były to rachunki skonstruowane w oparciu o gęsty model czasu. Wyrażenia *,poprzednio"* nie należało utożsamiać z wyrażeniem temporalnym *,kiedyś w przeszłości"* (operator temporalny *P* ), ponieważ wyrażenie *„poprzednio"* nie odnosiło się do dowolnie wybranego momentu z przeszłości, ale oznaczało „w lewostronnej granicy teraźniejszości". Intuicyjnie możemy sobie wyobrazić istnienie takiego momentu. Podobną sytuację mamy z wyrażeniem *„następnie"*, które również nie odnosiło się do dowolnego momentu z przyszłości i nie oznaczało *„ kiedyś w przyszłości"* (tak jak operator temporalny *F ).* *„Następnie"* oznaczało „w prawostronnej granicy teraźniejszości". Ważne jest, aby zasygnalizować te różnice między operatorami zmian dychotomicznych, a operatorami temporalnymi.

Jeżeli język *LZD* jest językiem nadbudowanym nad językiem *KRZ* to tezami systemu *LZD* będą wszystkie podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD.* Podstawienia zmiennych dokonujemy przy pomocy takich samych zdań oraz przeprowadzamy tą operację jednocześnie we wszystkich miejscach występowania danej zmiennej

Np.

Teza *KRZ:*

(p a ę) —> p

Tezą *KRZ* w języku *LZD* będzie:

(> p a^)-> t> p

(pA >< *q)*—> p

*(» p* a *q)—> » p*

Nie będzie tezą *KRZ* w języku *LZD:*
*(>p^q)-^p* (ponieważ podstawienie powinno być
jednoczesne)
*(> p* a *q)—> ><3 p* (podstawienie powinno być przy pomocy takich
samych zdań w miejsce zmiennej)

J. Wajszczyk dla *LZD* skonstruował następującą aksjomatykę:
AO.Podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD*
Al.<3 <3 a
Al'.> (~ *a*
A2. <3 (a a ß )«->(<! (ZA <i *ß)*
A2'. > *(a* a *ß)<-»(>* oca> *ß)*
A3, «a-e-xa
A3'. *a*
A4. *oat-xa*
A4'. *>< a <->> a*

*RO:* {a,a —> *ß}* |- {/3}reguła odrywania
*Rl:* {a <-> *ß]* |- {<3 *a* <-> < *ß]* reguła działająca tylko na tezach
*R2 : {a* <-> *ß]* |- *{> a* <-> > /Jreguła działająca tylko na tezach

Al. <3 (~ *a*
Jeżeli wiemy, że funktor <3 odnosi się do lewostronnego sąsiedztwa wybranego momentu, to wiemy iż w lewostronnym sąsiedztwie jest - et, wobec tego nie jest prawdą, iż w lewostronnym sąsiedztwie danego momentu jest *a.* Skoro każdy moment posiada swoje lewostronne sąsiedztwo, to oznacza, że dana struktura czasowa nie ma początku.
Al\> (~

Analogicznie jak dla Al tylko dotyczy prawostronnego sąsiedztwa momentu oraz braku końca .

A2. < *(a* a */?)<->(< a* a *< ß)*

Wiemy, iż w lewostronnym sąsiedztwie danego momentu prawdziwa jest koniunkcja *a* a *ß,* a to oznacza, że w lewostronnym sąsiedztwie będzie prawdziwe *a,* oraz będzie prawdziwe *ß.* Aksjomat ten gwarantuje nam brak rozgałęzień w czasie, czyli lewostronną liniowość.

A2'.t>(aA /?)«->(>ö a> *ß)*

Analogicznie jak dla A2 tylko dotyczy braku rozgałęzień z prawej strony.

A3. « *a* <->< *a*

Jeżeli w lewostronnym sąsiedztwie naszego momentu jest tak, że w jego lewostronnym sąsiedztwie jest *a, to* oznacza że w lewostronnym sąsiedztwie naszego momentu jest *a.* Józef Wajszczyk uważał, że jeżeli coś zachodzi w większym sąsiedztwie to zachodzi również w mniejszym. Aksjomat ten głównie pokazuje w jaki sposób działa funktor zmiany.

A3', *»a a*

Analogicznie jak A3, ale dla sąsiedztwa prawostronnego.

A4, o *a* <->< *a*

W lewostronnym sąsiedztwie naszego momentu jest tak, że w jego prawostronnym sąsiedztwie zachodzi a To oznacza, że w lewostronnym sąsiedztwie tego momentu zachodzi *a.* Aksjomat ten również pokazuje działanie funktora zmiany.

A4'. ><*a* <-»t> *a*

Analogicznie jak A4, ale dla sąsiedztwa prawostronnego.

Józef Wajszczyk oprócz charakterystyki syntaktycznej, opracował także semantykę dla tego rachunku. Skonstruował tu algebry temporalne (algebra Boole'a z dodatkowymi korelatami funktorów zmiany dychotomicznej ◄, ►). Definicje tych operacji mówiły o tym, że wartość funkcji ęijest równa lewostronnej granicy funkcji *(p* w tym punckie, a wartość ► *(p* jest równa prawostronnej granicy funkcji *(p* w punkcie, przy czym J. Wajszczyk założył, że dla każdego momentu istnieje zarówno granica .lewostronna jak i granica prawostronna. Mamy więc, zawsze do Czynienia z pewnym układem wartości: dany moment *t*, jego prawostronna granica oraz jego lewostronna granica.

Wartości funktorów przedstawia tabelka:

| φ | ◄ φ | ► φ |
|---|---|---|
| (000) | (000) | (000) |
| (100) | (110) | (100) |
| (010) | (000) | (000) |
| (001) | (001) | (011) |
| (110) | (110) | (100) |
| (101) | (111) | (111) |
| (011) | (001) | (011) |
| (111) | (111) | (111) |

1- oznacza „byt” ( obiekt posiada własność), 0 - „niebyt” ( obiekt nie posiada własności). Niech: *(a, t, b)* oznaczają trójki 0 i 1, przy czym:

*t* - wybrany moment

*a* - lewostronne sąsiedztwo momentu *t*

*b* - prawostronne sąsiedztwo momentu *t*

Z perspektywy momentu *t* patrzymy na jego najbliższą przyszłość i przeszłość.

Weźmy trójkę (010).

W momencie *t* mamy 1. Jeżeli poprzedzimy te trójkę funktorem „poprzednio”, to oznacza, że musimy popatrzeć z perspektywy *t* na jego lewostronne sąsiedztwo czyli na *a*, tam jest 0. Wobec tego w momencie *t* wpisujemy 0. I uzyskujemy (000). Ostatecznie mamy ◄ (010) = (000). Jeżeli trójkę (010) poprzedzimy funktorem „następnie” to znowu z perspektywy momentu *t* patrzymy na prawostronne sąsiedztwo tego momentu, czyli patrzymy na *b.* Tam jest 0. I uzyskamy (000). Ostatecznie mamy ► (010) = (000).

Działanie tych funktorów możemy określić krótko ► - sprawdź jaka jest wartość w prawostronnym sąsiedztwie momentu *t* i wpisz ją w momencie *t*, ◄- sprawdź jaka jest wartość w lewostronnym sąsiedztwie momentu *t* i wpisz ją w *t*.

***3.* Model czasu dyskretnego.**

Możemy teraz pójść dalej w swoich rozważaniach nad tego typu rachunkiem i skonstruować rachunek logiki zmian dychotomicznych oparty o inny model czasu, a mianowicie o model czasu dyskretnego.

Wajszczyk opisując zmianę skokową zachodzącą w czasie gęstym posłużył się danym momentem oraz jego lewostronnym i prawostronnym sąsiedztwem. W modelu dyskretnym lewostronne sąsiedztwo zastąpimy bezpośrednim poprzednikiem danego momentu, a prawostronne sąsiedztwo jego bezpośrednim następnikiem. A zatem będziemy dysponowali przy opisie zmiany nasze aktualne „teraz" oraz dwóch momentów bezpośrednio z nim sąsiadujących. W przypadku struktur skończonych sytuacja będzie wyglądała inaczej. W momentach skrajnych nie możemy opisać żadnej zmiany. Będąc w momencie pierwszym określonej struktury czasowej nie możemy mówić o tym, że coś się zmieniło, ponieważ moment ten jest dopiero początkiem struktury. Jeśli nie istnieje żaden moment go poprzedzający - nie możemy zaobserwować czy stan rzeczy się zmienił, czy też nie. Będąc w momencie końcowym mamy sytuację odwrotną. Wiemy już jaka była sytuacja „przedtem", jednak nie wiemy jak będzie sytuacja „potem". Przyszłość jeszcze nie istnieje. Znajdując się w ostatnim momencie danej struktury czasowej nie możemy mówić o tym, że właśnie coś się zmienia, ponieważ nie mamy odniesienia do przyszłości.

Niech *a* będzie obiektem istniejącym w jakimś przedziale czasu liniowego i dyskretnego, a *W* jedną z jego własności. Wówczas to, że zaszła zmiana możemy zapisać:

Zm (W(*a*, *t*)

co czytamy: „w pewnym momencie *t* obiekt *a* zmienia się pod względem własności W

Mówiąc o strukturach dyskretnych możemy przyjąć, iż zbiór momentów będzie zachowywał się jak zbiór liczb całkowitych, naturalnych, całkowitych ujemnych bądź też jak zbiór skończony *n*-elementowy. Niech *T* będzie niepustym zbiorem momentów czasowych

/, a relacja porządku czasowego < będzie dowolną relacją binarną *wcześniej - później* określoną na zbiorze *T:*

Niech zbiór *T* będzie zbiorem uporządkowanym jak 1. zbiór liczb całkowitych, 2. zbiór liczb naturalnych, 3. zbiór liczb całkowitych ujemnych, 4. zbiór skończony zbiór liczb n-elementowy. Wówczas otrzymamy czas postaci:

(C, < ) - czas liniowy, dyskretny, bez początku i bez końca

*(N,* < ) - czas liniowy, dyskretny, z początkiem ale bez końca

*(C',* <) - czas liniowy, dyskretny, bez początku ale z końca

( {1,2,3,..., *n},* <) - czas liniowy, dyskretny, z początkiem i z końcem.

We wszystkich czterech modelach relacja < posiada własności porządku liniowego czyli jest *asymetryczna, przechodnia* i *spójna,* oraz *dyskretna* (ponieważ rozważamy struktury dyskretne). Następnie w zależności od tego z jakim modelem czasu mamy do czynienia, dla relacji wcześniej-później dochodzą własności takie jak *brak początku, brak końca, istnienie początku, istnienie końca, istnienie dokładnie n-elementów.*

Język logiki zmian dychotomicznych jest językiem nadbudowanym na językiem klasycznego rachunku zdań. W strukturze dyskretnej możemy zmienić brzmienie funktorów Wajszczyka na następujące:

o *a - w następnym momencie będzie tak, że a*

<*ia - w poprzednim momencie było tak, że a.*

Przykład 3.

Niech:

*p - Jan rozmyśla o czasie rozgałęzionym* (teraz!)

Stosując funktory <,> oraz ~ możemy otrzymać przykładowe zdania:

*W następnym momencie Jan będzie rozmyślał o czasie rozgałęzionym.*

> *p*

*W poprzednim momencie Jan rozmyślał o czasie rozgałęzionym.*

<J *P*

*W poprzednim momencie Jan nie rozmyślał o czasie rozgałęzionym.*

*P*

Przykład 4.
Niech:
*q*- 2+2=4
Zdanie to wydawałoby się zawsze powinno być prawdziwe. Oczywistym jest, że sytuacja opisana w *ą* nigdy nie ulegnie zmianie ( nigdy nie będzie prawdziwe zdanie: 2+2 4 ).

Zdanie :
*W poprzednim momencie było tak, że* 2+2=4.

będzie jednak fałszywe w przypadku, gdy znajdziemy się w pierwszym momencie jakiejś struktury czasowej. Nie możemy stwierdzić nic absolutnie prawdziwego na temat przeszłości, która nie zaistniała. Nie istnieje bezpośredni poprzednik momentu pierwszego, wobec tego cokolwiek powiemy o tym momencie - zawsze będzie to zdaniem fałszywym.
Podobną sytuację mamy w przypadku zdania :
*W następnym momencie będzie tak, że* 2+2=4.

gdy znajdziemy się w momencie ostatnim naszego czasu. Wówczas, skoro nie istnieje bezpośredni następnik „końca” wobec tego każde zdanie postaci > *q* (w momencie końcowym) będzie zdaniem fałszywym.

Tylko w strukturach bez początku i bez końca prawdy odwieczne będą miały zapewniony swój status w dowolnym momencie.
Przykład 5.
r- *Ziemia jest płaskim dyskiem.*
Zdanie *r* jest oczywiście zdaniem fałszywym. Znajdując się w pierwszym momencie jakiejś struktury czasowej zdanie:
*W poprzednim momencie Ziemia była płaskim dyskiem.*
<1 *r*
będzie również zdaniem fałszywym, ponieważ nie istnieje następny moment. Analogicznie , w ostatnim momencie struktury czasowej zdanie > *r* - będzie również fałszywe.

Na powyższych przykładach chciałam wyjaśnić w jaki sposób język zmian dychotomicznych, wzbogacony o dwa nowe funktory wnosi nowe konsekwencje.

4. System logiki zmian dychotomicznej w strukturze czasu dyskretnego

Zakładając cztery modele czasu dyskretnego (zbiór momentów upo- rządkowany jak zbiór liczb naturalnych, całkowitych, całkowitych ujemnych i *n*- elementowy zbiór skończony) możemy mówić o czterech systemach logiki zmian dychotomicznych:

*LZDc*, LZDn, *LZDc* , $LZD_n$

Aksjomatyka $LZD_C$

Aksjomatami *LZDc* są wszystkie formuły reprezentowane przez następujące schematy:

AO. Podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD*

Al.> *(a* a £)<-»(> o c a > *ß)*

A2.< (a a /?)<-»(< aA < *ß)*

A3.> (~ a

A4. <1 (~ *a)* <-» ~ < *a*

A5.<> *a* <*r*^*a*

A6.t><i *a* <->*a*

Ponadto przyjmujemy następujące reguły inferencji:

*RO: {a,a —> ß]* |- {/l}reguła odrywania

*R* >: {a} - {> a} reguła działa tylko na tezach

*R*< : {a} - {<-a} reguła działa tylko na tezach.

Aksjomaty Al, A2 mówią nam o liniowości struktury czasowej. Zarówno w przyszłości, jak i w przeszłości nie może być rozgałęzień w czasie (są to analogiczne aksjomaty jak A2 i A2’ w *LZD* dla czasu gęstego J.Wajszczyka ) .

Aksjomaty A3 i A4 mówią nam o tym, że jest to struktura nieskończona, bez początku i bez końca (podobne jak u J. Wajszczyka Al i Al’).

Aksjomaty A5, A6 charakteryzują działanie funktorów <,>w strukturze dyskretnej. A5 mówi nam o tym, że jeżeli w poprzednim momencie było tak, że > *a,* to teraz jest *a.* Aksjomat A6 mówi nam o tym, że jeżeli w następnym momencie będzie tak, *że<a* to teraz jest *a.*

A zatem *LZDc* jest to system logiczny opisujący zmianę w strukturze dyskretnej bez początku i bez końca.

Aksjomatyka $LZD_N$.

Aksjomatami *LZDn* są wszystkie formuły reprezentowane przez następujące schematy:

AO. Podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD*

Al.> (a a /?)<->(> CCA > *ß)*

A2.< (a a /?)<->(< «a < *ß)*

A3.> (~ a)<->-> *a*

A4’.<i (~ «)<->(<; *T*/\ a)

A5’. o *a* <-» (o *T* a *a)*

A6.X *a <r+a*

Ponadto przyjmujemy następujące reguły inferencji:

*RO: {a, a -» ß}* |- {/3}reguła odrywania

7? > : {a} |- {> *a}* reguła działa tylko na tezach

*R<* {a} *{< a* <-> (ö a <i *T)}* reguła działająca tylko na tezach

gdzie T = (pv ~ /?)

Aksjomaty Al, A2 mówią nam o liniowości struktury czasowej. Podobnie jak i w poprzednim systemie tutaj, zarówno w przyszłości jak i w przeszłości nie może być rozgałęzień w czasie.

Aksjomaty A3 i A4’mówią nam o tym, że jest to struktura bez końca, ale struktura która ma początek. Wyrażenie <i *T* oznacza, że istnieje poprzedni moment (czyli dla każdego momentu z wyjątkiem momentu pierwszego wyrażenie <i~ ajest równoważne wyrażeniu *~<KX).*

Aksjomaty A5’, A6 charakteryzują działanie funktorów <i,r>w strukturze dyskretnej z początkiem, ale bez końca. Aksjomat A5’ mówi nam o tym, że o ile nie jesteśmy w momencie pierwszym, to jeżeli w poprzednim momencie było tak, że> *a*, to teraz jest *a*. Jeżeli natomiast jesteśmy w momencie pierwszym, to oczywiście o *a* nie może zajść, ponieważ nie istnieje żadna przeszłość dla tego momentu, czyli nie istnieje żaden moment poprzedni dla momentu pierwszego.

A6 mówi nam o tym, że jeżeli w następnym momencie będzie tak, że<a, to teraz jest *a*. Struktura ta nie ma końca, wobec tego taka sytuacja może mieć miejsce w każdym momencie, ponieważ każdy moment posiada swój bezpośredni następnik.

A zatem *LZDy* jest to system logiczny opisujący zmianę w strukturze dyskretnej z początkiem, ale bez końca.

Aksjomatyka *LZDc'.*

Aksjomatami *LZDc* ’ są wszystkie formuły reprezentowane przez następujące schematy:

AO. Podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD*

Al.t> (ćZ A /?)<-»(> CCAt> *ß)*

A2.< (a a /?)«->(<iaA<i *ß)*

A3’.> (~ a)<->(> Ta ~t> a)

A4. <1 (~ *a)* <-> ~ <1 *a*

A5.<> *a* <*r^a*

A6’.t><a <—>(> *T* Aa)

Ponadto przyjmujemy następujące reguły inferencji:

*RO\ [a, a -» ß]* p {j3}reguła odrywania

*R*> {a} [- {> a <-> (cha > T)} reguła działająca tylko na tezach

*R* <1: {a} |- {< a} reguła działa tylko na tezach systemu

Aksjomaty Al, A2 mówią nam o liniowości struktury czasowej, tak jak i w poprzednich systemach.

Aksjomaty A3’ i A4 mówią nam o tym, że jest to struktura bez początku, ale struktura która ma koniec. Wyrażenie t> *T* oznacza, że istnieje następny moment (czyli dla każdego momentu z wyjątkiem momentu ostatniego istnieje jego bezpośredni następnik).

Aksjomaty A5, A6’ charakteryzują działanie funktorów <,>w strukturze dyskretnej bez początku , ale z końcem.

A5 mówi nam o tym, że jeżeli w poprzednim momencie było tak, że > *a*, to teraz jest *a*. Struktura ta nie ma początku, wobec tego taka sytuacja może mieć miejsce w każdym momencie, ponieważ każdy moment ma swój bezpośredni poprzednik.

A6’ mówi nam o tym , że o ile nie jesteśmy w momencie ostatnim, to jeżeli w następnym momencie będzie tak, że <*a*, to teraz jest *a*. Jeżeli natomiast jesteśmy w momencie ostatnim, to oczywiście *a* nie może zajść, ponieważ nie istnieje żadna przyszłość dla tego momentu, czyli nie istnieje żaden bezpośredni następnik dla ostatniego momentu.

A zatem *LZDc* ' jest to system logiczny opisujący zmianę w strukturze dyskretnej bez początku, ale z końcem.

Aksjomatyka $LZD_n$.

Aksjomatami $LZD_n$ są wszystkie formuły reprezentowane przez następujące schematy:

AO. Podstawienia tez *KRZ* w języku *LZD*

Al.> (a a y3)e>(>aA> y3)

A2.<(aA^)e(<ßA<i *ß)*

A3’.> (~ a)<-»(t> Ta ~t> a)

A4’.< (~ «)<-»(< Ta a)

A5’.<> *a^(<1T* Aß)

A6’.><i *a* <->(> T aö)

A7. - $\underbrace{t>... > q}_{n\ razy}$

A8. ~ $\underbrace{o < q}_{n\ razy}$

Ponadto przyjmujemy następujące reguły inferencji:

*RO'- {ot, a —> ß]* [- {/Jjreguła odrywania

/?> ’: {a} - {> a <-» (aa > T)} reguła działająca tylko na tezach

h {< ot *(<*A < T)}* reguła działająca tylko na tezach

Aksjomaty Al, A2 mówią nam tak jak dotychczas, o liniowej strukturze czasowej.

Aksjomaty A3’, A4’ mówią nam o tym, że jest to struktura czasu obustronnie skończonego, czyli z momentem początkowym i z momentem końcowym.

Aksjomaty A5’, A6’ charakteryzują działanie funktorów <i,t> w strukturze dyskretnej z początkiem i z końcem, czyli analogicznie jak aksjomat A5’ w systemie $LZD_n$ i A6’ w systemie *LZDc* '■

Natomiast aksjomaty A7, A8 informują nas, że jest tu dokładnie *n* momentów (w zależności od tego ile razy występuje > czy < wiemy ile momentów ma dana struktura czasowa), przy czym n Î {l,2,3,...,n}.

A zatem $LZD_n$ jest to system logiczny opisujący zmianę w strukturze dyskretnej skończonej, dokładnie *n* - elementowej.

Podsumowując, możemy stwierdzić, że konstrukcja *LZD* jest z całą pewnością udaną próbą opisu zjawiska zmiany. Rachunek *LZD* jest pewną kontynuacją prac nad *And. Next* G.H. von Wrighta. Jednak funktor *„teraz..., a następnie”* umożliwia opis zmiany jedynie w dwóch momentach: „teraz” i „w najbliższej przyszłości”. Podczas, gdy funktory Wajszczyka odnoszą się zarówno do „bezpośredniej przeszłości” czyli lewostronnego sąsiedztwa, „teraźniejszości”, oraz do „bezpośredniej przyszłości” czyli prawostronnego sąsiedztwa wybranego momentu. Funktory Wajszczyka pełniej charakteryzują zmianę, ponieważ przy ich pomocy można opisywać zmianę, która zaszła w niedalekiej przeszłości (przed chwilą!). Jest to nowe podejście. Innymi logikami, które z pewnością również stanowiły inspirację dla autora do powstania *LZD,* są oczywiście wymieniane w tym artykule - logiki temporalne. Jednak funktory temporalne również w inny sposób mogły opisywać zmianę niż funktory Wajszczyka. Funktor temporalny *F- "kiedyś w przyszłości”* mógł odnieść się do pewnego momentu z przyszłości, ale niekoniecznie do tego najbliższego. Jednak zjawisko zmiany najczęściej jest rozumiane właśnie jako „zachodzące z minuty na minutę”, „z jednego momentu na drugi”. Nawet jeśli „kiedyś w przyszłości zajdzie zmiana” to właśnie zauważalna ona będzie w dwóch sąsiadujących ze sobą momentach. Zasadniczym jednak celem tego artykułu było przedstawienie logik zmian dychotomicznych, ale w innych niż zrobił to Wajszczyk strukturach czasowych. Skoro zmiany skokowe zostały opisane w strukturze czasu gęstego, to tym bardziej można to uczynić w strukturze dyskretnej. W artykule tym podaliśmy przykład skonstruowania *LZD* na wybranych czterech modelach czasu dyskretnego - zbiorze liczb naturalnych, zbiorze liczb całkowitych, zbiorze liczb całkowitych ujemnych i zbiorze *n*- elementowym skończonym.

**Bibliografia:**

Burgess P. John: *Basic tense Logic*, w: D. Gabbay, F. Gunathener: *Handbook of Philosophical Logic*. D. Reidel Publishing Company, vol.II 1984, s. 89-133.

Łukasiewicz Jan: *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny*. Warszawa 1906, s.75.

Snihur Stefan: *Czas i przemijanie. Studium filozoficzne.* Warszawa 1990, s. 168.

Trzęsicki Kazimierz: *Logika temporalna. Wybrane zagadnienia.* Białystok 2008, s.443.

Wajszczyk Józef: *Logika a czas i zmiana.* Olsztyn 1995, s.171.

Wajszczyk Józef: *Logiki w logice.* Olsztyn 2001, s.105.

Wright Georg Henrik von: *And Next.* "Acta Phiłosophica Fennica", fasc 18, 1965, s. 293-304.

**Summary**

The paper is an attempt at analysis of logical aspects of description of a change. The existing *temporal logic* calculi and *And Next* calculus by G. H. von Wright cannot completely characterise a change. Józef Wajszczyk was the precursor of the logic of dichotomic changes (LZD). LZD is a kind of non-classical logic which introduce specific operators: *"previously..."*, *"following..."*. The paper presents two calculi of the logic of dichotomic changes: LZD in dense models of time and LZD in discrete models of time.

**Key words:** change, temporal logic, dichotomic changes, *LZD*.