EDUKACJA FILOZOFICZNA REKONSTRUKCJE, INTERPRETACJE,
Vol. 33 2002 PRZEGLĄDY

JANINA NOWOGRODZKA
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski
w Olsztynie

LOGIKI TEMPORALNE A FORMALIZACJA ENTYMEMATYCZNYCH ROZUMOWAŃ ZAWIERAJĄCYCH ZWROTY CZASOWE

W artykule tym zajmujemy się rozumowaniami o charakterze entymematycznym - odnoszącymi się do dyskursu temporalnego. Rozumowania te - obecne tak na gruncie języka naturalnego, jak i w teoriach empirycznych - na ogół nie posiadają charakteru dedukcyjnego, opierają się bowiem na pewnych założeniach przyjmowanych *implicite.* Domyślne przesłanki posiadają zwykle charakter przekonań, założeń, przypuszczeń, oczekiwań, domniemań itp. Obecność przesłanek entymematycznych w rozumowaniach może sprawiać trudności związane z adekwatnym ich przekładem na zdania tego języka, w którym jest przeprowadzane rozumowanie[1], jak też - na formuły języka symbolicznego, w którym chciałoby się je kodyfikować. W przypadku, gdy ukryte przesłanki mają charakter przekonań, ich reprezentacja zdaniowa[2] na ogół jest możliwa, natomiast gdy w roli przesłanek entymematycznych występują oczekiwania - znalezienie dla nich adekwatnej formalnej reprezentacji natrafiać może na pewne trudności; badania tych ostatnich rozumowań doprowadziły wszakże do konkluzji, że można je zredukować do rozumowań klasycznych, w których analizuje się oczekiwania jako dodatkowe ukryte założenia[3]. W rozważaniach naszych ograniczamy się do rozumowań, w których przesłanki entymematyczne mogą być reprezentowane zdaniami lub funkcjami zdaniowymi w odpowiednim języku. W przypadku, gdy rozumowania odnoszą się do dyskursu temporalnego, oczekiwania lub przekonania mogą przyjmować postać, między innymi, pew-

[1] R. Wójcicki wyodrębnił w tym zakresie dwa rodzaje problemów; jeden - związany z faktem istnienia wiedzy niereprezentowalnej zdaniami, drugi zaś - z istnieniem takich przesłanek domyślnych, które przybierają postać metatwierdzeń nieprzekładalnych w sposób adekwatny na zdania tego języka, w którym jest przeprowadzane rozumowanie (por. R. Wójcicki: *Teorie w nauce. Wstęp do logiki, metodologii i filozofii nauki,* cz. I. Warszawa 1990, s. 105).

[2] Alternatywna możliwość polega na reprezentowaniu przekonań odpowiadającymi im stanami rzeczy: *jeśli X jest przekonany, że S, to stan rzeczy S jest tym stanem, który odpowiada przekonaniu X* (R. Wójcicki, op. cit., s. 85).

[3] Na gruncie klasycznego rachunku logicznego nie w każdym przypadku możliwa jest kodyfikacja rozumowań zawierających oczekiwania jako dodatkowe ukryte założenia; w klasycznym rozumieniu relacja inferencji zachodzi między zdaniami w sensie logicznym, a nie - jak w przypadku oczekiwań - między wyrażeniami zawierającymi sądy skorelowane z procesem poznawczym konkretnego podmiotu (J. Malinowski: *Rola oczekiwań w rozumowaniach.* „Ruch Filozoficzny”, T. LIII, nr 4, 1996, s. 577-583).

nego zbioru założeń dotyczących adekwatnego dla danego kontekstu - modelu czasu. Z uwagi na zasadniczo formalne ujęcie tematu przyjmujemy pewne założenia wstępne dotyczące terminu „czas”; założenia te umożliwiają zredukowanie pojęcia czasu do kategorii teoriomnogościowej:

1. Założenie o charakterze egzystencjalnym: istnieje czas.
2. Czas jest strukturą *(T,W)* reprezentującą przestrzeń odniesień stanów rzeczy.
3. Struktura *(T,W)* jest dziedziną dyskursu temporalnego,

gdzie:

T - niepusty zbiór, którego elementy nazwiemy „momentami czasowymi”,

W - symbol relacji „wcześniej - później" na zbiorze *T*.

Relacja *W* może posiadać szereg własności formalnych, takich jak: zwrotność, symetryczność, przechodniość, lewostronna (wsteczna) linearność, prawostronna (przyszła) lineamość, brak czy też istnienie w zbiorze *T* elementu maksymalnego względem relacji *W*, brak lub istnienie elementu minimalnego, gęstość, ciągłość. Odpowiednio do ustalonego podzbioru tych własności otrzymuje się różniące się między sobą struktury typu *(T, W)*, czyli różne modele czasu.

Przedstawimy dwa sposoby formalizacji entymematycznych rozumowań tego typu w oparciu o różne systemy logiczne: na gruncie klasycznego rachunku logicznego *(KRL)* i w oparciu o pewne - zaliczane do nieklasycznych - systemy logiki zdań czasowych. Żywimy nadzieję, iż w wyniku porównania odmiennych kodyfikacji, wyłonią się konstruktywne wnioski. Rozważmy w tym celu dwa przykłady rozumowań z języka potocznego odnoszących się do czasowo zrelatywizowanych stanów rzeczy:

(R1): Przykład pierwszy

Przesłanki: (a): *W przeszłości Maria skończyła studia.*

(β): *W przeszłości Maria podjęła pracę w charakterze nauczyciela akademickiego.*

(γ): *Przed ukończeniem studiów Maria zawsze uczyła się.*

Wniosek: (δ): *Kiedyś było tak, że Maria skończyła studia i później podjęła pracę w charakterze nauczyciela akademickiego.*

(R2): Przykład drugi

Przesłanka: (ϕ): W *przeszłości przyjęłam chrzest.*

Wniosek: (ψ): *Nigdy już nie będę chrzczona.*

Formalizacja rozumowań na gruncie KRL. Przedstawione wyżej rozumowania zawierają czasowe komponenty (zwroty: *w przeszłości, w przyszłości, kiedyś, zawsze, nigdy, później),* co pozwala - w myśl przyjętych założeń - rozważać je w dziedzinie *(T, W).*

Niech *T* będzie zbiorem momentów czasowych, w którym wyróżniamy „moment teraźniejszy” (czas obecny - „teraz”) i oznaczamy go przez *n.* Formalizację rozumowań *(R1)* i *(R2)* przeprowadzimy w języku J_R opisanym w [7]; do leksykonu tego języka (opartego na klasycznym rachunku logicznym) należą następujące symbole:

p, q, r, s,... - symbole zmiennych zdaniowych,

t, t‘, t“, t‘“... - symbole indywidualnych zmiennych czasowych,

n - symbol tzw. okazjonalnego indeksu temporalnego[4],

$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall, \exists$ - symbole klasycznych stałych logicznych,

R - symbol tzw. operatora realizacji czasowej,

= - symbol predykatu identyczności (tutaj: z ograniczeniem do zbioru *T*)

W - symbol predykatu oznaczającego relację „wcześniej - później” na zbiorze *T*

przy czym wyrażenia R_t *(p),* R_n *(p)* interpretuje się odpowiednio:

„w momencie t jest tak, że p”, „teraz jest tak, że p”.

W odniesieniu do każdego z uczasowionych zdań (przesłanki i wniosek rozumowań w przykładach) egzemplifikacje operatora ***R*** oznaczmy, dla uproszczenia, w następujący sposób:

dla rozumowania pierwszego:

K(t) — M kończy studia w czasie t,

P (t) - M podejmuje pracę w charakterze nauczyciela akademickiego w czasie t,

U (t)- M uczy się w czasie t,

W (t, t‘) - t jest wcześniejsze od t‘

zaś dla rozumowania drugiego:

C (t) —J przyjmuje chrzest w czasie t.

Przy tych oznaczeniach schematy powyższych rozumowań w języku J_R przedstawiają się następująco:

Symbol *n* nie desygnuje ustalonego czasu, jednakże w określonym kontekście czasowym umownie występuje w takiej roli; w matematyce podobną rolę pełni tzw. parametr; można zatem przyjąć, że kategoria syntaktyczna dla *n* jest bliższa stałej indywiduowej niż zmiennej (por. J. Wajszczyk: *Logika a czas i zmiana.* Olsztyn 1995, s. 37).

Schemat rozumowania pierwszego:

$(\alpha): \exists_{t} [W(t,n) \wedge K(t)]$

$(\beta): \exists_{t} [W(t, n) \wedge P(t)]$

$(\gamma): \forall_{t} [W(t, n) \wedge K(t) \rightarrow \forall_{t'} (W(t', t) \rightarrow U(t'))]$

$(\delta): \exists_{t} [W(t,n) \wedge K(t) \wedge \exists_{t'} (W(t',n) \wedge W(t,t') \wedge P(t'))]$

Schemat rozumowania drugiego:

$(\phi): \exists_{t} [W(t,n) \wedge C(t)]$

$(\psi): \forall_{t} [W(n,t) \rightarrow \neg C(t)]$

Taka schematyzacja ujawnia, że obydwa rozumowania nie są dedukcyjne na gruncie *KRL*, czyli:

$$\delta \notin Cn_{KL}(\{\alpha, \beta, \gamma\}) \text{ oraz } \psi \notin Cn_{KL}(\{\varphi\})$$

gdzie Cn_{kl}. oznacza konsekwencję związaną z *KRL*, bowiem w celu wyprowadzania wniosków okazuje się niezbędnym dołączenie do zbiorów przesłanek dodatkowych przesłanek entymematycznych o charakterze pozalogicznym, a w tym - założeń dotyczących formalnych własności relacji w[5]. W przypadku rozumowania pierwszego są to własności:

$(\varepsilon_1): \forall_{t,t',t''} [W(t,t') \rightarrow (W(t',t'') \rightarrow W(t,t''))]$ - przechodniość

$(\varepsilon_2) \forall_{t,t',t''} [W(t',t) \wedge W(t'',t) \rightarrow (t' = t'' \vee W(t',t'') \vee W(t'',t'))]$ – linearność wsteczna

zaś w rozumowaniu drugim wystarczy tylko warunek przechodniości (ε_1). Okazuje się, że:

$$\delta \in Cn_{KL}(\{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}) \quad (*)$$
$$\psi \in Cn_{KL}(\{\varphi, \varepsilon_1, \nu\}) \quad (**)$$

gdzie ε_3, υ są dodatkowymi przesłankami entymematycznymi wyrażającymi oczywiste (dla użytkownika języka) związki czasowe między danymi

[5] W odróżnieniu od relacji identyczności międzynazwowej =, *W* nie jest terminem logicznym.

w rozumowaniach zdarzeniami: tak wiec przesłanka

(ε_3): $\forall_{t} [W(t,n) \wedge P(t) \rightarrow \exists_{t'} (W(t',t) \wedge \neg U(t') \wedge \exists_{t''} (W(t',t'') \wedge P(t'')))]$

wyraża następującą zależność: dla dowolnego momentu w przeszłości, w którym *M* podjęła pracę istnieje wcześniejszy od niego moment, w którym osoba ta już nie uczy się; momentem tym może być zarówno moment ukończenia studiów, jak też pewien inny moment późniejszy od niego, a zarazem wcześniejszy od tego momentu, w którym nastąpiło podjęcie pracy.
Z kolei przesłanka: $(\nu): \forall_{t} [W(t,n) \wedge C(t) \rightarrow \forall_{t'} (W(t,t') \rightarrow \neg C(t'))]$ wyraża jednorazowość aktu chrztu.

Oto uzasadnienia związków: (*), (**):

(*):

1. $\exists_{t} [W(t,n) \wedge K(t)]$ (α)
2. $W(t_0, n) \wedge K(t_0)$ (1, *KRL*)
3. $W(t_0, n)$ (2, *KRZ*)
4. $K(t_0)$
5. $\exists_{t} [W(t,n) \wedge P(t)]$ (β)
6. $W(t_1, n) \wedge P(t_1)$ (5, *KRL*)
7. $W(t_1, n)$ (6, *KRZ*)
8. $P(t_1)$
9. $\forall_{t} [W(t,n) \wedge P(t) \rightarrow \exists_{t'} (W(t',t) \wedge \neg U(t') \wedge \exists_{t''} (W(t',t'') \wedge P(t'')))]$ (ε_3)
10. $W(t_1,\mathrm{n}) \wedge P(t_1) \rightarrow \exists_{t} [W(t,t_1) \wedge \neg U(t) \wedge \exists_{t'} (W(t,t') \wedge P(t'))]$ (9,*KRL*)
11. $\exists_{t} [W(t,t_1) \wedge \neg U(t) \wedge \exists_{t'} (W(t,t') \wedge P(t'))]$ (6,10,*RO*)
12. $W(t_2, t_1) \wedge \neg U(t_2) \wedge W(t_2, t_1) \wedge P(t_1)$ (11, *KRL*)
13. $W(t_2, t_1)$ (12, *KRZ*)
14. $\forall_{t,t',t''} [W(t,t') \rightarrow (W(t',t'') \rightarrow W(t,t''))]$ (ε_1)
15. $W(t_2, t_1) \rightarrow (W(t_1, n) \rightarrow W(t_2, n))$ (14, *KRL*)
16. $W(t_2, n)$ (7, 13, 15, *RO*)
17. $\forall_{t,t',t''} [W(t',t) \wedge W(t'',t) \rightarrow (t'=t'' \vee W(t',t'') \vee W(t'',t'))]$ (ε_2)
18. $W(t_2, n) \wedge W(t_0, n) \rightarrow (t_0 = t_2 \vee W(t_0, t_2) \vee W(t_2, t_0))$ (17,*KRL*)
19. $\forall_{t} [W(t,n) \wedge K(t) \rightarrow \forall_{t'} (W(t',t) \rightarrow U(t'))]$ (γ)

20. $W(t_0,n) \wedge K(t_0) \rightarrow \forall_t (W(t,t_0) \rightarrow U(t))$ (19, *KRL*)

21. $\forall_t [W(t,t_0) \rightarrow U(t)]$ (2, 20, *RO*)

22. $\forall_t (\neg U(t) \rightarrow \neg W(t,t_0)]$ (21, *KRZ*)

23. $\neg U(t_2) \rightarrow \neg W(t_2, t_0)$ (22, *KRL*)
24. $\neg U(t_2)$ (12, *KRZ*)
25. $\neg W(t_2,t_0)$ (23,24, *RO*)
26. $t_0 = t_2 \vee W(t_0, t_2) \vee W(t_2, t_0)$ (3,16,18, *RO*)
27. $t_0 = t_2 \vee W(t_0, t_2)$ (25,26, *KRZ*)
28. $t_0 = t_2 \rightarrow W(t_0, t_1)$ (13, *KRL*)
29. $W(t_0, t_1) \rightarrow [W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge P(t_1) \rightarrow$
$\rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge W(t_0, t_1) \wedge P(t_1)]$ (*KRZ*)
30. $[W(t_0, t_1) \rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge P(t_1)] \rightarrow$
$[W(t_0, t_1) \rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge W(t_0, t_1) \wedge P(t_1)]$
(29, *KRZ*, *RO*)
31. $W(t_0, t_1) \rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge P(t_1)$
(2,6, *KRZ*)
32. $W(t_0, t_1) \rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge W(t_0, t_1) \wedge P(t_1)$
(30,31, *RO*)
33. $t_0 = t_1 \rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge W(t_0, t_1) \wedge P(t_1)$ (28,32, *RPI*)
34. $t_0 = t_2 \rightarrow \exists_t [W(t,n) \wedge K(t) \wedge \exists_{t'} (W(t',n) \wedge W(t,t') \wedge P(t'))]$ (33, *KRL*)

35. $W(t_0, t_2) \rightarrow (W(t_2, t_1) \rightarrow W(t_0, t_1))$ (z ε_1)
36. $[W(t_0, t_2) \rightarrow (W(t_2, t_1) \rightarrow W(t_0, t_1))] \rightarrow [(W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_2, t_1)) \rightarrow$
$\rightarrow (W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_0, t_1))]$ (35, *KRZ*)
37. $[W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_2, t_1)] \rightarrow [W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_0, t_1)]$ (35,36, *RO*)
38. $W(t_2, t_1)$ (12, *KRZ*)
39. $W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_2, t_1)$ (38, *KRZ*)
40. $W(t_0, t_2) \rightarrow W(t_0, t_1)$ (37,39, *RO*)
41. $W(t_0, t_1) \rightarrow [W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge P(t_1) \rightarrow$
$\rightarrow W(t_0, n) \wedge K(t_0) \wedge W(t_1, n) \wedge W(t_0, t_1) \wedge P(t_1)]$ (*KRZ*)
42. $W(t_0,t_2) \rightarrow \exists_t [W(t,n) \wedge K(t) \wedge \exists_{t'} (W(t',n) \wedge W(t,t') \wedge P(t'))]$ (40,41, *KRL*)
43. δ. c.b.d.o. (25,34,42, *KRZ*)

(**):
1. $\exists_t (W(t,n) \wedge C(t))$ (φ)

2. $W(t_0,n)$

3. $C(t_0)$ (1, *KRL*)

4. $\forall_t\,[W(t,n) \wedge C(t) \rightarrow \forall_{t'}\,(W(t,t') \rightarrow \neg C(t'))]$ (ν)

5. $W(t_0,n) \wedge C(t_0) \rightarrow \forall_t\,(W(t_0,t) \rightarrow \neg C(t))$ (4,KRL)

6. $\forall_t\,[W(t_0,t) \rightarrow \sim C(t)]$ (2,3,5, *RO*)

7. $\forall_{t,t',t''}\,[W(t,t') \rightarrow (W(t',t'') \rightarrow W(t,t''))]$ (ε_1)

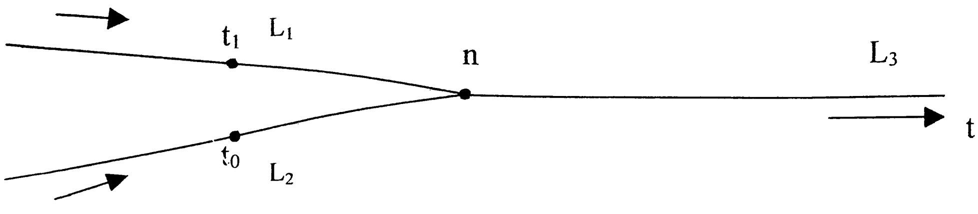
8. $W(t_0,n) \rightarrow \forall_t\,(W(n,t) \rightarrow W(t_0,t))$ (7, *KRL*)

9. $\forall_t\,[W(n,t) \rightarrow W(t_0,t)]$ (2,8, *RO*)

10. $\forall_t\,[W(n,t) \rightarrow \neg C(t)]$ (6,9, *KRL*)
11. ψ (10)

Zauważmy, że przesłanki oznaczone przez ε_3, ν nie występują *explicite* w rozumowaniach z uwagi na ich "oczywistość" dla użytkowników języka (w określonej kulturze). Natomiast o tym, że założenia ε_1, ε_2 dotyczące własności relacji *W* (czyli odnoszące się do natury czasu) są istotne, świadczą następujące kontrinterpretacje:

(1): dla rozumowania pierwszego rozpatrzmy model rozgałęzionego uporządkowania czasu (*T*) z relacją binarną *(W)*, czyli parę *(T,W)*, gdzie:
$T = L_1 \cup L_2 \cup L_3$
$L_1 \cap L_2 \cap L_3 = \{n\}$
L_1, L_2, L_3 – półproste w płaszczyźnie euklidesowej
(na rysunku strzałki wskazują kierunek czasu)



a relacja *W* w każdym ze zbiorów L_i (i=l, 2, 3) spełnia warunki porządku teoriomnogościowego[6], a ponadto:

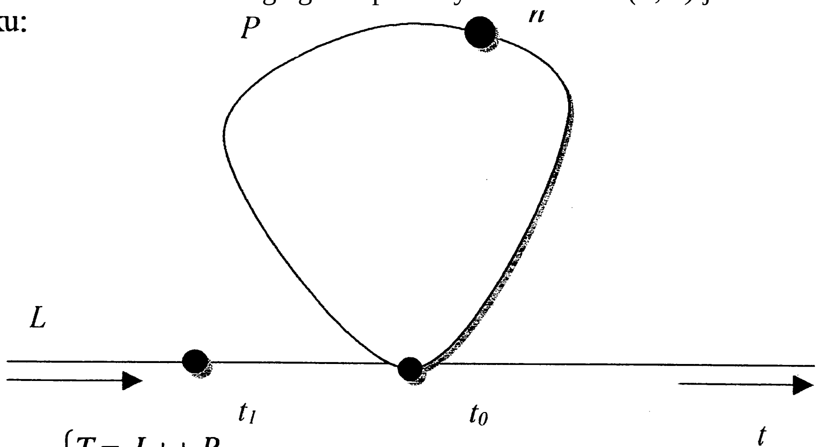
[6] Są to warunki: przechodniość, asymetria i spójność relacji W. Dwa odmienne sposoby określenia relacji porządku teoriomnogościowego znajdzie Czytelnik w: Pogorzelski W. A.: *Elementarny słownik logiki formalnej*. Białystok 1992, s .517-518.

(a) : $\forall_{t,t'} \forall_{i=1,2} [t \in L_i \wedge t' \in L_3 \rightarrow W(t,t')]$

(b) : $\forall_{t,t'} \forall_{i,j=1,2} [t \in L_i \wedge t' \in L_j \wedge i \neq j \rightarrow \neg W(t,t') \wedge \neg W(t',t)]$

Załóżmy, że t_0 jest momentem, w którym Maria ukończyła studia, t_1 - momentem, w którym podjęła ona pracę w charakterze nauczyciela akademickiego. Przy tej interpretacji przesłanki rozumowania są prawdziwe, a wniosek fałszywy (momenty t_0, t_1 nie pozostają w relacji W).

(2): dla rozumowania drugiego rozpatrzmy model czasu (T,W) jak na rysunku:



gdzie: $\begin{cases} T = L \cup P \\ L \cap P = \{t_0\} \end{cases}$ t_0 -moment, w którym J przyjęła chrzest,

a relacja W określona jest przez koniunkcję warunków:[7]

(w_1): dla dowolnych: $t, t' \in L$: $W(t, t')$ spełnia warunki porządku teoriomnogościowego (jak wyżej),

(w_2): $\forall_{t,t'} [t \in P \wedge t' \in P \rightarrow W(t, t')]$,

(w_3): $\forall_{t,t'} [t \in (L \setminus \{t_0\}) \wedge t' \in (P \setminus \{t_0\}) \rightarrow \neg W(t, t')]$.

Z warunków (w_2) i (w_3) wynika, że cała przyszłość dla momentu t_0 rozpada się na dwa podzbiory:

- zbiór tych momentów czasowych (elementów prostej *L*), które są „późniejsze" (względem relacji *W*) od t_0,
- zbiór *P*

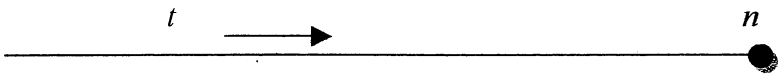
[7] W metajęzyku, w którym sformułowane są warunki, przyjmuje się teorię mnogości.

W tak określonym modelu czasu relacja *W* nie spełnia warunku przechodniości, co można stwierdzić, wybierając momenty: t_0, t_1, n:

$W(t_1, t_0) \wedge W(t_0, n)$ ale $\neg W(t_1, n)$

W konsekwencji, dla ustalonego *n* (jak na rysunku) wniosek rozumowania jest fałszywy (przy prawdziwej przesłance φ).

Zauważmy ponadto, że w obydwu przedstawionych rozumowaniach nie jest konieczne założenie o istnieniu przyszłości (momentów późniejszych od momentu przyjętego jako „teraz”); można je poprawnie przeprowadzać w modelu czasu jak na poniższym rysunku:



(relacja *W* spełnia tu warunek przechodniości).

Dla rozumowania pierwszego jest to oczywiste, jako że wszystkie jego przesłanki oraz wniosek odnoszą się wyłącznie do przeszłości. Natomiast w przypadku drugiego rozumowania wniosek jest trywialnie prawdziwy (*W (n, t)* jest fałszem).

Jak widać na przykładzie analizowanych rozumowań, ich kodyfikacja na gruncie *KRL* wymaga - na ogół - dość skomplikowanej schematyzacji. Istnieje możliwość realizacji tego zadania w prostszym języku rachunku zdań. Wystarczy mianowicie przyjąć konwencję, na podstawie której formuły kwantyfikatorowe dotyczące dyskursu temporalnego zostają sprowadzone do formuł stopnia zerowego przez zastosowanie następującej notacji:

$\forall_{t'} [W(t, t') \rightarrow p(t')]$ oznaczamy przez $G_t p$,

$\forall_{t'} [W(t', t) \rightarrow p(t')]$ – $H_t p$,

$\forall_{t} [W(n, t) \rightarrow p(t)]$ – Gp,

$\forall_{t} [W(t, n) \rightarrow p(t)]$ – Hp,

a ponadto:

$F_t p \underset{def}{\equiv} \neg G_t \neg p$ $\qquad$ $F p \underset{def}{\equiv} \neg G \neg p$

$P_t p \underset{def}{\equiv} \neg H_t \neg p$ $\qquad$ $P p \underset{def}{\equiv} \neg H \neg p$

Symbole: *G, H, F, P* desygnują specyficzne funktory jednoargumentowe w rachunkach logiki temporalnej.

Kodyfikacja rozumowań w systemach logiki zdań czasowych. Logika temporalna stanowi istotny komponent współczesnej logiki filozoficznej. Analiza rozumowań z użyciem zdań czy formuł zdaniowych zawierających różne zwroty czasowe, a więc takich, w których związki logiczne odzwierciedlają się w związkach między różnymi farmami użytych czasów gramatycznych, towarzyszyła refleksji filozoficzno-logicznej co najmniej od czasu eleatów. Obecna była w badaniach Arystotelesa, megarejczyków, stoików, niektórych filozofów arabskich czy średniowiecznych scholastyków. Jednak prawdziwa eksplozja zainteresowań logiczną analizą dyskursu zrelatywizowanego czasowo nastąpiła w latach pięćdziesiątych dwudziestego wieku, kiedy to A. N. Prior, zainspirowany rozumowaniem stoika Diodora Chronosa, a znanym pod nazwą „Argumentu Nauczyciela" stworzył pierwsze systemy logiki temporalnej. Priorowi i licznym kontynuatorom jego pionierskich badań (takim jak: E. J. Lemmon, N. Rescher, D. Scott., N. B. Cocchiarella, R. A. Bull i inni) zawdzięczamy istnienie wielu różnych systemów logiki temporalnej wraz z wnikliwą analizą ich aspektów syntaktycznych i semantycznych. Istnienie tych logik jest efektem przekonania niektórych logików o niewystarczalności klasycznego rachunku logicznego do analizy rozumowań dotyczących związków czasowych albo (w najlepszym wypadku) przekonania, że praktyczna stosowalność tego rachunku jest, w przypadku takich rozumowań, utrudniona z powodu trudności związanych z przekładem pewnych zdań czasowych na formuły języka *KRL* względnie dość skomplikowanej formy takich przekładów.

Język logik temporalnych to język zdaniowy będący rozszerzeniem języka klasycznego rachunku zdań *(KRZ)* za pomocą dwu specyficznych jednoargumentowych nieekstensjonalnych funktorów *G*, *H* (funktory *F i P* są definiowalne), o interpretacji takiej, że:

G α oznacza wyrażenie: *zawsze w przyszłości będzie tak, że* α, *a H* α*: zawsze w przeszości było tak, że* α.

Niżej wymienione formuły wyrażają podane obok własności relacji „wcześniej - później":

$G\,p \rightarrow p$ – zwrotność,

$G\,p \rightarrow H\,p$ – symetryczność,

$G\,p \rightarrow GG\,p$ – przechodniość,

$(Fp \wedge Fq) \rightarrow [F\,(p \wedge q) \vee F\,(p \wedge Fq) \vee F\,(q \wedge Fp)]$ – „przyszła" linearność,

$(Pp \wedge Pq) \rightarrow [P\,(p \wedge q) \vee P\,(p \wedge Pq) \vee P\,(q \wedge Pp)]$ – „przeszła" linearność,

$H \perp \vee PH \perp$ $\quad(\perp \equiv_{def} (p \wedge \neg p))$ - istnienie momentów początkowych,

$G \perp \vee FG \perp$ – istnienie momentów końcowych,

$Hp \to Pp$ – brak momentów początkowych,
$GGp \to Gp$ – gęstość,
$(p \wedge Hp) \to FHp$ – istnienie bezpośredniego następnika dla każdego momentu,
$(p \wedge Gp) \to PGp$ – istnienie bezpośredniego poprzednika dla każdego momentu,
$(p \wedge Hp) \to (FHp \vee G\bot)$ – istnienie bezpośredniego następnika dla każdego momentu z wyjątkiem końcowego,
$(p \wedge Gp) \to (PGp \vee H\bot)$ – istnienie bezpośredniego poprzednika dla każdego momentu z wyjątkiem początkowego,
$(Fp \wedge FG\neg p) \to F(HFp \wedge G\neg p)$ – ciągłość itp.

Obecnie wykażemy, że powyższe rozumowania są dedukcyjne na gruncie odpowiednio dobranych logik czasu - w oparciu o zmniejszony (w porównaniu do *KRL)* zbiór przesłanek entymematycznych (pozalogicznych); te z nich, które dotyczą formalnych własności relacji *W* przyjmuje się w formie aksjomatów.

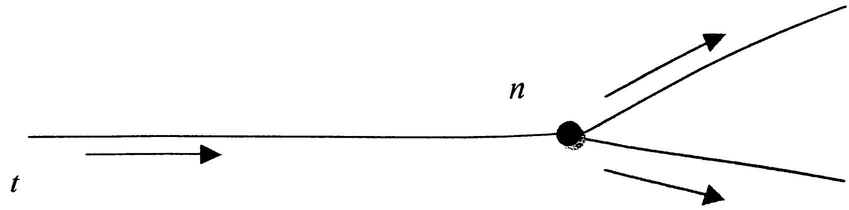
Aksjomatami rachunku zdań czasowych, odpowiedniego dla pierwszego rozumowania, są uszczegółowienia następujących schematów:
Ax.O. Podstawienia wszystkich tez *KRZ* w języku logik temporalnych J_{GH},
Ax.1. $G(A \to B) \to (GA \to GB)$
Ax.2. $H(A \to B) \to (HA \to HB)$
Ax.3. $PGA \to A$ $(PA \equiv_{def} \neg H \neg A)$
Ax.4. $FHA \to A$ $(FA \equiv_{def} \neg G \neg A)$
Ax.5. $GA \to GGA$ $(PPA \to PA,\ FFA \to FA)$
Ax.6. $(PA \wedge PB) \to [P(A \wedge B) \vee P(A \wedge PB) \vee P(B \wedge PA)]$
gdzie A, B – dowolne formuły w języku J_{GH}.

Ax.0., Ax.l -Ax.4- to aksjomaty systemu K_t[8] gwarantujące klasyczne rozumienie różnych od *G*, *H* stałych logicznych i ustalające takie znaczenie specyficznych funktorów temporalnych, które w równym stopniu odnoszą się do wszystkich struktur czasowych, niezależnie od jakichkolwiek własności relacji *W* („wcześniej - później”) określonej na zbiorze *T* momentów czasowych. Pozostałe aksjomaty specyfikują zamierzoną interpretacje struktury*(T,W)* odpowiadającą czasowi *T* z relacją *W* spełniającą warunki[9]; prze-

[8] E. J. Lemmon jest autorem rachunku zdaniowego znanego w literaturze przedmiotu jako minimalny system logiki temporalnej i oznaczany jest przez *Kt*..

[9] Oparty na takiej aksjomatyce (A0.-A.6) rachunek tensalny znany jest w literaturze pod nazwą *Temporal Logic of Branching* (logika czasu rozgałęzionego) i oznaczony przez K_b (por. np. N. Rescher, A. Urguhart: *Temporal logic,* NY 1971).

chodniości *(transitive)* - Ax.5 i liniowości wstecznej *(left linearity)* - Ax.6. Wyobrażalną strukturę tego typu przedstawia rysunek:



Dołączając do tych aksjomatów trzy pierwotne reguły inferencji.

RO: $\{A, A \to B\} \vdash B$
RG: $\{A\} \vdash GA$
RH: $\{A\} \vdash HA$
zdefiniujemy, za pomocą takiej bazy dedukcyjnej, operację konsekwencji syntaktycznej w języku J_{GH}. Operację tę oznaczamy przez Cn_{LL} .

Definicja: dla dowolnych $X \subset F_{GH}$, $A \in F_{GH}$:

$A \in Cn_{LL}(X) \equiv_{def}$ A jest wyprowadzalne (w skończonej liczbie kroków) ze zbioru $TE_{LL} \cup X$ za pomocą *RO*,
gdzie przez TE_{LL} oznaczamy zbiór tez tego rachunku zdań, czyli:

$B \in TE_{LL} \equiv_{def}$ B jest wyprowadzalne (w skończonej liczbie kroków) ze zbioru {Ax.0, Ax.1,..., Ax.6 } za pomocą RO, RG, RH.
Wykażemy, że na gruncie tej logiki zachodzi:

$$w \in Cn_{LL}(\{p_1 p_2 p_3\ \varepsilon\}) \qquad \text{(I)}$$

gdzie: p_1 ,p_2 ,p_3 ,w - to symbole przesłanek i wniosku rozumowania pierwszego zapisanych w języku J_{GH} , *a* ε jest jedyną przesłanką entymematyczną o charakterze pozalogicznym, która w języku J_{GH} przyjmuje postać:
(ε): $H(\beta \to P(\neg\gamma \wedge F\beta))$
Przy tych oznaczeniach schemat rozumowania pierwszego, z dołączeniem przesłanki entymematycznej, przedstawia się następująco:
(p_1): $P\alpha$
(p_2): $P\beta$
(p_3): $H(\alpha \to H\gamma)$
(ε): $H(\beta \to P(\neg\gamma \wedge F\beta))$
___
(w): $P(\alpha \wedge F\beta)$

W poniższym uzasadnieniu związku (I) korzystamy z tez:
(T_1): $H(A \to B) \to (PA \to PB)$,
(T_2): $P(A \wedge B) \to PA \wedge PB$,
(T_3): $(PA \wedge FB) \to P(A \wedge FB)$,
których łatwe dowody pomijamy.

1. $(\alpha \to H\gamma) \to (\alpha \to (\alpha \wedge H\gamma))$ (*KRZ*)
2. $H\,[(\alpha \to H\gamma) \to (\alpha \to (\alpha \wedge H\gamma))]$ (1, RH)
3. $H(\alpha \to H\gamma) \to H(\alpha \to (\alpha \wedge H\gamma))$ (Ax.2,2,RO)
4. $H(\alpha \to H\gamma)$ (p_3)
5. $H(\alpha \to (\alpha \wedge H\gamma))$ (3,4,RO)
6. $H(\alpha \to (\alpha \wedge H\gamma)) \to (P\alpha \to P(\alpha \wedge H\gamma))$ (5, T_1)
7. $P\alpha \to P(\alpha \wedge H\gamma)$ (5,6,RO)
8. $P(\alpha \wedge H\gamma)$ (p_1, 7,RO)
9. $H(\beta \to P(\neg\gamma \wedge F\beta))$ (ε)
10. $PP(\neg\gamma \wedge F\beta))$ (9, T_1, p_2, RO)
11. $PP(\neg\gamma \wedge F\beta) \to P(\neg\gamma \wedge F\beta))$ (Ax.5, 10)
12. $P(\neg\gamma \wedge F\beta))$ (10,11,RO)
13. $P(\alpha \wedge H\gamma) \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta) \to P(\alpha \wedge H\gamma \wedge \neg\gamma \wedge F\beta) \vee$
$\vee\ P(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \vee P(\alpha \wedge H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta))$
(8,12,Ax.6)
14. $P(\alpha \wedge H\gamma \wedge \neg\gamma \wedge F\beta) \vee P(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \vee$
$\vee P(\alpha \wedge H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta))$ (8,12,13,RO)
15. $P(\alpha \wedge H\gamma \wedge \neg\gamma \wedge F\beta) \to P(\alpha \wedge F\beta)$ (T_2, krz)
16. $\neg(H\gamma \wedge P\neg\gamma)$ (krz, def.P)
17. $P(\neg\gamma \wedge F\beta) \to P\neg\gamma$ (T_2, krz)
18. $\neg(H\gamma \wedge P\neg\gamma) \wedge (P(\neg\gamma \wedge F\beta) \to P\neg\gamma)) \to$
$\to \neg[H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta)]$ (*KRZ*)
19. $\neg[\alpha \wedge H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta)]$ (16,17,18,RO,RDK)
20. $H[\neg(\alpha \wedge H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta))]$ (19, RH)
21. $\neg P[\alpha \wedge H\gamma \wedge P(\neg\gamma \wedge F\beta)]$ (20, def.P)
22. $P(\alpha \wedge H\gamma) \to P\alpha$ (T_2, krz)
23. $[P(\alpha \wedge H\gamma) \to P\alpha] \to [(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \to P\alpha \wedge F\beta)]$ (22,krz)
24. $(P\alpha \wedge F\beta) \to P(\alpha \wedge F\beta)$ (T_3)
25. $(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \to P(\alpha \wedge F\beta)$
(krz, teza: $[p \wedge (p \to (q \to r)) \wedge (r \to s)] \to (q \to s)$) (22,23,24,RO)
26. $H[(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \to P(\alpha \wedge F\beta)]$ (25, RH)
27. $P(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \to PP(\alpha \wedge F\beta)$ (26, T_1, RO)
28. $PP(\alpha \wedge F\beta) \to P(\alpha \wedge F\beta)$ (Ax.5)
29. $P(\neg\gamma \wedge F\beta \wedge P(\alpha \wedge H\gamma)) \to P(\alpha \wedge F\beta)$ (27,28,RPI)

30. $P\,(\alpha \wedge F\,\beta)$ (14,15,21,29,*KRZ*)
31. w *c.b.d.o.*

Dla rozumowania drugiego przydatnym okazuje się tensalny rachunek zdań scharakteryzowany syntaktycznie przez układ schematów aksjomatów:

{Ax.0, Ax.1, Ax.2, Ax.3, Ax.4, Ax.5}

przy czym reguły inferencji pozostają bez zmiany[10].

Operację konsekwencji oznaczamy tym razem przez Cn_T, a zbiór tez tej logiki przez TE_T.

Definicja: dla dowolnych: $B \in F_{GH}$, $X \subset F_{GH}$:

$B \in Cn_T(X) \underset{def}{\equiv} B$ jest wyprowadzalne (w skończonej liczbie kroków) ze zbioru $TE_T \cup X$ za pomocą RO.

gdzie:

$B \in TE_T \underset{def}{\equiv} B$ jest wyprowadzalne (w skończonej liczbie kroków ze zbioru {Ax.0, Ax.1, ..., Ax.5} za pomocą RG, RH, RO.

Przyjmując następujące oznaczenia dla przesłanek i wniosku wyrażonych w jzyku J_{GH} :

(s): $P\,\phi$

(λ): $H\,(\phi \rightarrow \neg F\,\phi)$

(v): $\neg\, F\,\phi$

wykażemy, że na gruncie tej logiki zachodzi związek:

$v \in Cn_T\ (\{s,v\})$ (II)

W uzasadnieniu tego związku korzystamy z tezy (T_1) oraz jej ekwiwalentu

$(T_1\text{'})$: $PA \wedge H\,(A \rightarrow B) \rightarrow PB$

Dowód:

1. $P\,\phi$ (s)
2. $H\,(\phi \rightarrow \neg F\,\phi)$ (λ)
3. $P \neg F\phi$ (1,2,T_1,*RO*)
4. $FF\,\phi \rightarrow F\,\phi$ (Ax.5)
5. $\neg F\,\phi \rightarrow \neg FF\,\phi$ (*KRZ*)
6. $H\ [\neg F\,\phi \rightarrow \neg FF\,\phi\,]$ (5, RH)
7. $P \neg F\,\phi \rightarrow P \neg FF\,\phi$ (6, T_1 ')
8. $P \neg FF\,\phi$ (3,7, RO)
9. $PG \neg F\,\phi$ (8, def. F)
10. $\neg F\,\phi$ (9, Ax.3)
11. v c.b.d.o.

[10] Rachunek ten stanowi najprostsze rozszerzenie rachunku *Kt* ; pochodzi od N. B. Cocchiarelli i oznaczany jest przez CR (N. B. Cocchiarella: *A completness theorem for tense logic*,. "Journal of Symbolic Logic" 1966 vol.31).

Kodyfikacja rozumowań, wybranych wyłącznie dla ilustracji, przeprowadzona została w oparciu o dwa systemy aksjomatyczne logiki zdań czasowych zawierających specyficzne funktory intensjonalne *G, H*. Wiadomo, że wprowadzenie takich funktorów prowadzi do istotnej wielowartościowości systemu, jednakże, znane interpretacje logik temporalnych, a w szczególności semantyka algebraiczna [8] wskazują na to, że jest to wielowartościowość formalna, bowiem towarzyszące tym interpretacjom intuicje nie tylko nie są sprzeczne z logiką dwuwartościową, ale wręcz – respektują zasadę dwuwartościowości. Porównując aksjomatyki obu zastosowanych logik czasu, stwierdza się pozornie „niewielką" różnicę – brak w drugim systemie „tylko" jednego aksjomatu (linearność wsteczna). Mówiąc swobodnie, ta „niewielka różnica" jest jednak brzemienna w poważne konsekwencje, jako że dopuszcza istotnie różniące się modele czasu (co w pewnym stopniu ilustrują przykładowe kontrinterpretacje). Skoro jednak wybrane przykłady rozumowań odnoszą się do życia codziennego, to, rzec można, iż zwykły użytkownik języka oczekuje przyjęcia modelu czasu adekwatnego do potocznej również intuicji (założywszy, że chodzi tu o takie własności, jak: obustronna linearność, ciągłość, gęstość, ewentualnie brak lub istnienie początku czy też końca czasu itp.). Zaznaczyć warto, że żadna z wymienionych tu własności nie jest wykluczona w tak „pojemnym" modelu czasu, którego aksjomatyka zawiera jedynie warunek przechodniości. Śmiało powiedzieć można, iż wiele z potocznie zróżnicowanych wyobrażeń o naturze czasu znalazłoby w nim swoje miejsce. Podobnie rzecz ma się w odniesieniu do systemu dedukcyjnego zdań czasowych, przyjętego dla rozumowania pierwszego. W tym przypadku, w aksjomatyce, obok warunku przechodniości, występuje własność linearności wstecznej (relacji „wcześniej – później"), co dopuszcza także zróżnicowane wyobrażenia o naturze czasu, rozumiane tu jako układy własności takich, jak: dyskretność, ciągłość, gęstość itp. Jeśli ograniczyć się tylko do przykładów, to zrozumiałym jest, iż mogą nasuwać się tego typu refleksje, a nawet pytanie – czy przyjęcie pewnego systemu dedukcyjnego za podstawę formalnej reprezentacji rozumowań wymaga założenia o istnieniu ludzi, którzy akceptują odpowiedni model czasu? W ujęciu formalnym pytania te i refleksje nie są konieczne, ani też potrzebne. W tym też sensie można uznawać systemy logiki zdań czasowych za systemy nieegzystencjalne[11]. Stanowią one rachunki czysto formalne, a zatem opisane przez nie funktory (*G, H*) są też funktorami czysto formalnymi. Zamierzoną interpretację tych stałych (zwroty: „*zawsze w przyszłości będzie tak, że ...*", „*zawsze w przeszłości było tak, że ...*") należy odróżnić od interpretacji formalnej, którą

[11] W podobnym sensie J. Łoś użył tego określenia w odniesieniu do wielowartościowego systemu funkcji intensjonalnych typu: *X uznaje, że p* (J. Łoś: *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych*,. Kraków 1948).

stanowi semantyka systemu dedukcyjnego, względnie jego zawartość w postaci twierdzeń i reguł. Porównując obydwa sposoby formalizacji stwierdzić można, że w języku logiki temporalnej same schematy rozumowań przybierają znacznie prostszą postać. To samo można rzec mając na względzie prostotę procedury dedukcyjnej w odniesieniu do większości rozumowań tego typu. Wiadomo wszak, że każdy schemat w języku logiki czasu, daje się wyrazić w języku *KRL*. Jednak z użyciem *KRL* wiąże się teoria identyczności, a w formalizację rozumowań temporalnych w języku *KRL* uwikłana jest teoria relacji, co w oczywisty sposób prowadzi do dużej komplikacji formalnej. Twierdzimy, że zasadniczej różnicy między obu sposobami kodyfikacji nie należy upatrywać w stopniu prostoty czy komplikacji schematów, a raczej w tym, że teoria formalna, jaką jest logika zdań czasowych, zdecydowanie bardziej przystaje do modelowej przestrzeni, do której odnoszą się związki prawdziwościowe między analizowanymi zdaniami. Poszczególne rachunki tensalne we właściwy sobie sposób organizują tę przestrzeń. Szczególnie uwidacznia się to wtedy, gdy logika zmiany zostaje zrekonstruowana[12] w pewnej logice czasu; pojęcie zmiany wyrażone w języku temporalnym zyskuje niejako swoje „naturalne" dopełnienie („zmiana w czasie").

Literatura:

1. **N. B. Cocchiarella**: *A completness theorem for tense logic.* "Journal of Symbolic Logic" 1966 vol. 31.
2. **J. Łoś**: *Logiki wielowartościowe a formalizacja funkcji intensjonalnych.* Kraków 1948.
3. **J. Malinowski**: *Rola oczekiwań w rozumowaniach.* „Ruch Filozoficzny" T. LIII, nr 4, 1996.
4. **R .P. McArthur**: *Tense logic.* Dordrecht 1976.
5. **J. Nowogrodzka**: *O możliwości rekonstrukcji pewnych logik nieklasycznych w logikach tensalnych,* 2001, rozprawa doktorska (maszynopis).
6. **N. Rescher, A. Urquhart**: *Temporal logic,* NY 1971.
7. **J. Wajszczyk**: *Logika a czas i zmiana.* Olsztyn 1995.
8. **J. Wajszczyk**: *Logiki w logice,* Olsztyn 2001.
9. **R. Wójcicki**: *Teorie w nauce. Wstęp do logiki, metodologii i filozofii nauki,* cz. I. Warszawa 1990.

[12] Rekonstruowalność dwóch systemów logiki zmiany w odpowiednich systemach logik tensalnych została przedstawiona w niepublikowanej rozprawie doktorskiej: J. Nowogrodzka: *O możliwości rekonstrukcji pewnych logik nieklasycznych w logikach tensalnych,* 2001 (w maszynopisie).