EDUKACJA FILOZOFICZNA
Vol. 32 2001

MIECZYSŁAW OMYŁA
Uniwersytet Warszawski

WYRAŻALNOSC TEZ ONTOLOGICZNYCH W JĘZYKU LOGIKI NIEFREGOWSKIEJ

1. Wyrażalność tez filozoficznych. Na temat wyrażalności poznania filozoficznego wypowiadało się wielu filozofów od starożytności aż po dzień dzisiejszy. Najwięksi filozofowie od Platona do Wittgensteina wątpili w możliwość językowego wyrażenia treści metafizycznych. Poglądy Platona na temat możliwości wyrażenia poznania filozoficznego szeroko i wnikliwie omawia M. Przełęcki w monografii [1]. Platon w przypisywanym mu liście VII miał ponoć na temat poznania filozoficznego pisać: „(...) Nie są to bowiem rzeczy dające się ująć w słowa, tak jak wiadomości z zakresu innych nauk".

Podobne poglądy wyrażał również Wittgenstein w *Traktacie*, gdzie pisał:

6.53 *Poprawna metoda filozofii byłaby właściwie taka:*
Nie mówić nic poza tym, co się da powiedzieć, czyli poza zdaniami nauk przyrodniczych – a więc nic poza tym, co z filozofią nie ma nic wspólnego; a gdyby potem ktoś chciał powiedzieć coś metafizycznego, wykazać mu, że pewnym znakom nie nadał w swoich zdaniach żadnego znaczenia.
Byłaby to dla niego metoda niezadowalająca – nie miałby poczucia, że uczymy go filozofii – ale jedynie ściśle poprawna.

Zgodnie z filozofią logicznego empiryzmu poszczególne nauki badają pewne fragmenty rzeczywistości, natomiast filozofii jako nauce przypada w udziale jedynie analiza logiczna nauk szczegółowych. Treści filozoficzne zawarte w teoriach naukowych, w szczególności przyjmowane w nich założenia ontologiczne mogą być wydobyte na jaw przez badanie składni i semantyki tych języków. Analizując pod względem logicznym język danej nauki można ustalić, jakie rodzaje przedmiotów muszą istnieć, aby twierdzenia danej teorii były prawdziwe. Z badań nad budową logiczną języków poszczególnych dyscyplin naukowych wynika, że teorie te dają się ująć w językach predykatów pierwszego lub wyższych rzędów. Języki predykatów wyższych rzędów możemy traktować jako języki z wieloma rodzajami zmiennych o charakterze nazwowym ze zmiennymi przebiegającymi uniwersum indywiduów, zbiorów, relacji i funkcji. W językach tych można formułować jedynie twierdzenia dotyczące struktury uniwersum przedmiotów konkretnych i abstrakcyjnych badanych w poszczególnych naukach, w szczególności stwierdzać istnienie przedmiotów o pewnych własnościach lub określonych relacji między danymi przedmiotami. Nie można natomiast w językach tych formułować twierdzeń typowo filozoficznych mówiących coś o *świecie jako całości*, bowiem świat jako całość nie jest przedmiotem takim samym jak przedmioty w nim występujące. Jeżeli weźmiemy pod uwagę język naszej niesprzecznej wiedzy naukowej *J*, to zbiorowi zdań prawdziwych tego języka odpowiada świat realny, natomiast każdej teorii zupełnej w rozważanym języku odpowiadają pewne światy możliwe, w których dana teoria jest prawdziwa. Ogół tych światów stanowi przestrzeń logiczną języka nauki. Przestrzeń logiczna danego języka to klasa struktur, o których można mówić w danym języku. W rozważanym języku *J* naszej wiedzy naukowej nie są wyrażalne twierdzenia o charakterze filozoficznym dotyczących na przykład *wartości tkwiących w świecie*, chociażby dlatego, że wartości te, to nie są żadne przedmioty, tylko pewne szczególne stany rzeczy, ani też twierdzeń dotyczących przestrzeni logicznej języka nauki, gdyż możliwe światy nie są przedmiotami takimi samymi jak przedmioty występujące w tych możliwych światach. Z podobnych względów w języku nauki nie można sformułować zdań dotyczących *istoty losu ludzkiego*, gdyż los danej jednostki ludzkiej stanowią pewne poszczególne sytuacje, w jakich jednostce tej dane było się znaleźć. W językach, w których obowiązuje logika predykatów i w których występują jedynie zmienne o charakterze nazwowym można formułować jedynie twierdzenia dotyczące wyłącznie przedmiotów konkretnych i abstrakcyjnych, a ani świat realny, ani światy możliwe, ani los ludzki, ani też wartości duchowe nie są żadnymi przedmiotami takimi jak rzeczy, liczby, zbiory, relacje czy funkcje, są to bowiem sytuacje szczególnego rodzaju. Według Romana Suszki dla ścisłego formułowania twierdzeń dotyczących sytuacji potrzebne są języki formalne, w których występują zmienne zdaniowe. A zmienne te, tym się różnią od innych rodzajów zmiennych, że są zarazem formułami zdaniowymi.

2. Logika niefregowska. 2.1. Intuicyjne podłoże. Logika niefregowska powstała w związku z *Traktatem* L. Wittgensteina, w celu formalizacji fragmentu ontologii w nim zawartej. Twórca tej logiki Roman Suszko w swoim pierwszym, programowym artykule [1] dotyczącym logiki niefregowskiej, tak pisze na ten temat: „W pracy tej zostanie przedstawiony ogólny zarys formalnego systemu, czyli sformalizowanej teeorii, która może być interpretowana jako ścisła, chociaż niezupełna rekonstrukcja ontologii zawartej w *Traktacie* Wittgensteina". Podstawowe założenia ontologiczno-semantyczne zawarte w *Traktacie* znajdujące się u podłoża logiki niefregowskiej możemy przedstawić w następujący sposób.

Świat jest ogółem możliwości, z których niektóre mogą być przedstawione w zdaniach. Każde zdanie jest tworem syntaktycznie złożonym i dzięki swej budowie jest obrazem logicznym pewnej sytuacji. Dowolne zdanie jest powiązane z innymi zdaniami pewnymi relacjami logicznymi, z pewnych zdań ono wynika, a inne zdania z kolei z niego wynikają. Związki logiczne między zdaniami są językowym korelatem pewnych relacji zachodzących między odpowiadającymi im sytuacjami. Bowiem, fundamentalne związki między sytuacjami odzwierciedlają się w języku w postaci relacji logicznych międzu zdaniami, na przykład zdania logicznie równoważne przedstawiwją tę samą sytuację. Z kolei nazwy, według Wittgensteina, są zawsze syntaktycznie proste i oznaczają przedmioty w sposób całkowicie dowolny. Zdania dowolnego języka odnoszą się zawsze do pewnych sytuacji, ale nie w każdym języku możemy formułować w sposób ścisły twierdzenia dotyczące struktury uniwersym sytuacji odpowiadających zdaniom tego języka, gdyż nie w każdym języku występują zmienne zdaniowe. Jedną z istotnych cech logiki niefregowskiej jest to, że w języku tej logiki występują dwa rodzaje zmiennych: zmienne nazwowe i zmienne zdaniowe. Zamierzona interprtetacja języka logiki niefregowskiej jest taka, że zmienne nazwowe: x, y, z przyjmują wartości z uniwersum przedmiotów, a zmienne zdaniowe: $p, q, r, \ldots$ przyjmują wartości w zbiorze sytuacji. Zmienne zdaniowe, będąc formułami zdaniowymi, są tym samym powiązane z innymi formułami zdaniowymi związkami logicznymi. Jeżeli dla dowolnego wartościowania zmiennych h, zmienne zdaniowe: p, q odnoszą się do pewnych sytuacji $h(p)$, $h(q)$, to formuły: $\neg p$, $\neg q, p \wedge q, p \vee q, p \Rightarrow q, p \Leftrightarrow q$ odnoszą się do odpowiednio powiązanych z nimi sytuacji. Zmienne zdaniowe są potrzebne w języku ontologii po to, by móc formułować ogólne i egzystencjalne twierdzenia dotyczące struktury uniwersum sytuacji. Wśród ogółu sytuacji U wyróżnione miejsce zajmują sytuacje, które nie są tylko czystymi możliwościami, tylko w rzeczywistości się realizują i które nazywamy faktami. Językowymi odpowiednikami faktów są zdania prawdziwe. Oznaczmy przez F zbiór faktów to, że klasyczne spójniki są prawdziwościowe ujawnia się w semantyce języka logiki niefregowskiej w ten sposób, że dla dowolnego wartościowania zmiennych h oraz dla dowolnych zmiennych zdaniowych: p, q zachodzą następujące związki:

$$h(\neg p) \in F \text{ gdy } h(p) \notin F,$$
$$h(p \wedge q) \in F \text{ gdy } h(p) \in F \text{ oraz } h(q) \in F$$
$$h(p \vee q) \in F \text{ gdy } h(p) \in F \text{ lub } h(q) \in F$$
$$h(p \Rightarrow q) \in F \text{ gdy } h(p) \notin F \text{ lub } h(q) \in F$$
$$h(p \Leftrightarrow q) \in F \text{ gdy } (h(p), h(q) \in F) \text{ lub } (h(p), h(q) \notin F)$$

Oprócz zmiennych zdaniowych i nazwowych oraz spójników klasycznych w alfabecie języka niefregowskiej logiki występują jeszcze: kwantyfikatory wiążące oba rodzaje zmiennych oraz predykat identyczności i spójnik identyczności. Kwantyfikatory: ogólny $\forall$ i egzystencjalny $\exists$ wiążą oba rodzaje zmiennych, gdyż pojęcia ogólności i istnienia odnoszą się zarówno do przedmiotów, jak i do sytuacji. Aby stwierdzić, że dwie nazwy odnoszą się do tego samego przedmiotu, posługujemy się predykatem identyczności i analogicznie, aby stwierdzić, że dwa zdania odnoszą się do tej samej sytuacji, posługujemy się spójnikiem identyczności. Dla jednolitości sformułowań Suszko posługiwał się tymi samymi symbolami dla kwantyfikatorów wiążących zarówno zmienne zdaniowe jak i nazwowe, i podobnie tym samym symbolem „≡" oznaczał zarówno predykat jak i spójnik identyczności. Kontekst zawsze jednoznacznie przesądza, czy mamy do czynienia z kwantyfikatorem wiążącym zmienną zdaniową, czy też zmienną nazwową oraz czy mamy do czynienia ze spójnikiem identyczności, czy też z predykatem identyczności. Z tego, co zostało dotąd powiedziane wynika, że język logiki niefregowskiej powstaje z języka klasycznego rachunku predykatów przez wzbogacenie go zarówno o zmienne zdaniowe i kwantyfikatory wiążące te zmienne, jak i o spójnik identyczności.

Języki formalne, w których obowiązuje logika niefregowska, Suszko nazwał dla uczczenia Wittgensteina, W-językami. W W-językach występować mogą zarówno dowolne pozalogiczne: predykaty, symbole funkcyjne, stałe nazwowe jak i stałe zdaniowe. W literaturze logicznej rozważane były różne częściowe W-języki, na przykład w Suszko [3] badane były W-języki bez kwantyfikatorów, czyli otwarte W-języki, w Wójcicki [1] badane były W-języki bez zmiennych zdaniowych, czyli tzw. RPI-języki (języki rachunku predykatów ze spójnikiem identyczności). Suszko szczególnie wiele uwagi poświęcał badaniu niefregowskiej logiki określonej w otwartych językach zdaniowych, którą nazywał skrótowo SCI (Sentential Calculus with Identity) – jest to język logiki zdaniowej, w którym występują wyłącznie spójniki klasyczne i spójnik identyczności. SCI-język jest więc fragmentem otwartych W-języków. W artykule niniejszym ograniczymy się wyłącznie do badania wyrażalności tez filozoficznych z zakresu ontologii sytuacji w języku niefregowskiej logiki zdaniowej. W tym celu rozważać będziemy tzw. rozszerzony SCI-język, jest to SCI-język z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe wzbogacony o pewne dodatkowe stałe definiowalne za pomocą terminów logicznych.

2.2 Rozszerzony SCI-język. W alfabecie SCI-języka występują wyłącznie następujące symbole:

(a) zmienne zdaniowe: p_k, gdzie $k = 1, 2$,,, (*b*) spójniki przwdziwościowe: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, oraz spójnik identyczności $\equiv$ oraz (c) znaki interpunkcyjne, którymi są nawiasy: (,).

SCI, czyli niefregowska logika zdaniowa w języku otwartym, określona jest przez przyjęcie jako jedynej reguły dowodzenia twierdzeń reguły odrywania dla implikacji o schemacie:

(r_0) $$\alpha, \alpha \rightarrow \beta \vdash \beta$$
oraz aksjomatów logicznych *LA*, które dzielą się na dwa podzbiory.

1. Zbiór aksjomatów charakteryzujących funktory: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ jako klasyczne spójniki kolejno: negacji, koniunkcji, alternatywy i równoważności. Zbiór ten oznaczamy symbolem *TFA* (Truth-Functional Axioms).

2. Zbiór aksjomatów dla spójnika identyczności *IDA* (Identity Axioms). Zbiót ten składa się ze wszystkich formuł reprezentowanych przez następujące schematy:

$$\alpha \equiv \alpha$$
$$(\alpha \equiv \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$$
$$(\alpha \equiv \beta) \wedge (\gamma \equiv \delta) \rightarrow (\alpha \,\%\, \gamma) \equiv (\beta \,\%\, \delta)$$
gdzie $\% = \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \equiv$;

Język niefregowskiej logiki tak, jak każdy formalny język ma nieskończenie wiele różnych interpretacji, czyli modeli. Aby otrzymać jeden z tych modeli musimy określić najpierw zbiór, w którym zmienne zdaniowe przyjmują swoje wartości. Dla filozoficznych interpretacji zbiór ten, bez względu na to, czym są elementy tego zbioru, traktujemy jako reprezentujący uniwersum sytuacji. Niech *U* będzie dowolnym, co najmniej dwuelementowym zbiorem. Aby na zbiorze tym określić model dla niefregowskiej logiki zdaniowej, w zbiorze tym wyróżniamy podzbiór właściwy *F* reprezentujący zbiór faktów, czyli korelatów semantycznych zdań prawdziwych i równocześnie określamy w zbiorze *U* działania odpowiadające spójnikom logicznym. W sposób formalny interpretacje SCI-języka określamy w ten sposób, że najpierw definiujemy pojęcie SCI-algebry, a następnie SCI-modelu:

Definicja 1.

SCI-algebrą na zbiorze *U* nazywamy dowolną algebrę
$\boldsymbol{U} = U, \neg, \cap, \cup, \rightarrow, \leftrightarrow, \mathrm{o}$), typu <1, 2, 2, 2, 2, 2 >. Zbiór *U* nazywamy uniwersum algebry $\boldsymbol{U}$.

Swobodnie możemy powiedzieć, że SCI-algebrą nazywamy każdą algebrę podobną do SCI-języka.

Definicja 2.

Dowolną parę $(\boldsymbol{U}, F)$ nazywamy SCI-modelem zawsze i tylko wtedy, gdy $\boldsymbol{U}$ jest SCI-algebrą oraz *F* jest podzbiorem uniwersum *U* tej algebry takim, że dla dowolnych $a, b \in U$ spełnione jest szesć następujących warunków:

$$\neg a \in F \text{ gdy } a \notin F$$
$$a \cap b \in F \text{ gdy } a \in F \text{ oraz } b \in F$$
$$a \cup b \in F \text{ gdy } a \in F \text{ lub } b \in F$$
$$a \rightarrow b \in F \text{ gdy } a \notin F \text{ lub } b \in F$$
$$(a \leftrightarrow b) \in F \text{ gdy } (a \in F \text{ i } b \in F) \text{ lub } a \notin F \text{ i } b \notin F)$$
$$a \mathrm{o} b \in F \text{ gdy } a = b$$

Definicja 3.

Formułę α rozważanego języka nazywamy prawdziwą w danym SCI-modelu $m = (U, F)$ gdy dla dowolnego wartościowania zmiennych h w modelu m, $h(\alpha) \in F$. Język niefregowskiej logiki zdaniowej otrzymujemy przez dodanie do alfabetu SCI-języka kwantyfikatorów: $\forall$, $\exists$ wiążących zmienne zdaniowe i przez scharakteryzowanie ich za pomocą odpowiednich schematów aksjomatów.

Aksjomatami logicznymi dla kwantyfikatorów są wszystkie formuły rozważanego języka reprezentowane przez następujące schematy:

$\forall p\, \alpha \rightarrow \alpha[p/\beta]$, $\quad \alpha[p/\beta] \rightarrow \exists p\, \alpha$

$\alpha \rightarrow \forall p\, \alpha$, $\quad \exists p\, \alpha \rightarrow \alpha$, (o ile zmienna p nie jest wolna w formule α).

$$\forall p\, (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall p\, \alpha \rightarrow \forall p\, \beta)$$
$$\forall p\, (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\exists p\, \alpha \rightarrow \exists p\, \beta)$$

W językach z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe aksjomaty dla spójnika identyczności przyjmują postać:

$$\alpha_1 \equiv \alpha_2$$

gdzie: α_1, α_2 różnią się co najwyżej zmiennymi związanymi.

$$\forall p \forall q\, ((p \equiv q) \rightarrow (p \rightarrow q))$$
$$\forall p \forall q\, ((p \equiv q) \rightarrow (\neg p \equiv \neg q))$$
$$\forall p \forall q \forall r \forall s\, (((p \equiv q \wedge (r \equiv s)) \rightarrow ((p \,\%\, r) \equiv (r \,\%\, s)))$$

gdzie $\% = \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \equiv$;

$$\forall p\, (\alpha \equiv \beta) \rightarrow (Qp\alpha \equiv Qp\beta)\text{, gdzie } Q = \forall, \exists$$

Rozszerzony SCI jest to niefregowska logika zdaniowa, czyli logika niefregowska w języku bez wyrażeń o charakterze nazwowym.

Formalną semantykę dla niefregowskiej logiki zdaniowej określa się przez wprowadzenie następujących definicji:

Definicja 4.

Strukturę

(*) $\quad \boldsymbol{U} = (U, \neg, \cap, \cup, \rightarrow, \leftrightarrow, \mathrm{o}, \bigcap, \bigcup)$

nazywamy uogólnioną SCI algebrą na zbiorze U gdy

(1) $(U, \neg, \cap, \cup, \rightarrow, \leftrightarrow, \mathrm{o})$ jest SCI-algebrą,

(2) $\bigcap$, $\bigcup$ są funkcjami typu: $U^U \rightarrow U$ określonymi na funkcjach wyznaczonych przez formuły języka.

Definicja 5.

Strukturę $m = (\boldsymbol{U}, F)$ nazywamy modelem dla języka niefregowskiej logiki zdaniowej, gdy

(a) $\boldsymbol{U}$ jest uogólnioną SCI-algebrą na zbiorze U,

(b) układ: $(U, \neg, \cap, \cup, \rightarrow, \leftrightarrow, \mathrm{o}, F)$ jest SCI-modelem oraz dla dowolnej

funkcji wyznaczonej przez formuły języka logiki niefregowskiej $f: U \rightarrow U$, spełnione są następujące dwa warunki:
(1) $\bigcap f \in F$ gdy dla każdego $a \in U, f(a) \in F$,
(ii) $\bigcup f \in F$ gdy dla pewnego $a \in U, f(a) \in F$,
Dowolny model m = (U, F) dla języka niefregowskiej logiki zdaniowej składa się z uogólnionej SCI-algebry określonej na pewnym zbiorze U reprezentującym pewne uniwersum sytuacji i z wyróżnionego w nim zbioru F reprezentującego zbiór faktów. Pojęcie modelu dla języka niefregowskiej logiki jest tak określone, że dowolna formuła α w każdym modelu m dla dowolnego wartościowania zmiennych ma ściśle określoną wartość w uniwersum tego modelu $|\alpha, f|_m$, w szczególności jeżeli w formule α nie występują zmienne wolne, to wartość tej formuły w modelu m jest niezależna od wartościowania zmiennych i oznaczmy ją symbolem $|\alpha|_m$. Uniwersum U danej uogólnionej SCI-algeebry U może w ogólności nie zawierać podzbioru F, takiego aby para (U, F) tworzyła SCI-model, czyli nie każda SCI-algebra reprezentuje algebrę sytuacji. Zwykle jednak w danej SCI-algebrze istnieje więcej niż jeden zbiór F_i taki, że para (U, F_i) jest SCI-modelem, co filozoficznie interpretujemy, że uniwersum sytuacji na ogół nie wyznacza jednoznacznie zbioru faktów, czyli, że nie wszystkie fakty są konieczne. Dla samej algebry sytuacji U oznaczmy przez F_0 iloczyn wszystkich zbiorów F_i takich, że para (U, F_i) jest modelem, czyli, że $\bigcap F_i = F_0$. Zbiór ten reprezentuje ogół **faktów koniecznych** w danym uniwersum sytuacji. W szczególności każde twierdzenie logiczne odnosi się do pewnego faktu koniecznego. Z kolei dowolny element a z uniwersum pewnego modelu, który należy do pewnego zbioru faktów F_i, takiego iż para (U, F_i) jest modelem, czyli że $a \in \bigcup F_i$ reprezentuje pewną sytuację możliwą. Analogicznie, element a uniwersum sytuacji U, który nie należy do żadnego dopuszczalnego zbioru faktów F_i czyli, że $a \notin \bigcup F$, nazywamy sytuacją niemożliwą, w szczególności każda kontrtautologia przedstawia pewną sytuację niemożliwą.

3. Teorie sytuacji w języku niefregowskiej logiki zdaniowej. Suszko w „okresie niefregowskim" większość swojej uwagi skupiał na badaniu otwartego języka niefregowskiej logiki zdaniowej zwanego SCI-językiem.

Teorie w SCI domknięte na podstawianie za zmienne zdaniowe, czyli tzw. teorie inwariantne Suszko nazywał teoriami sytuacji, gdyż zawierają one uniwersalne stwierdzenia dotyczące uniwersum, które przebiegają zmienne zdaniowe.

Aby w sposób naturalny uogólnić to pojęcie na języki niefregowskiej logiki zdaniowej z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe, przyjmujemy następującą definicję:
Teeorią sytuacji w języku niefregowskiej logiki zdaniowej z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe nazywamy dowolną teorię domkniętą

na regułę generalizacji. W szczególności zbiór twierdzeń logicznych logiki niefregowskiej jest najmniejszą teorią sytuacji. W języku niefregowskiej logiki zdaniowej z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe występują nie tylko formuły zdaniowe, ale również pewne zdania, czyli formuły zdaniowe bez zmiennych wolnych, na przykład $\forall p(p)$, $\exists p(p)$, którym w każdym modelu rozważanego języka odpowiadają obiekty reprezentujące pewne szczególne sytuacje. Jeżeli w danym uniwersum sytuacji, pewna sytuacja jest korelatem semantycznym jakiegoś twierdzenia logicznego, to będziemy je **nazywać faktem niewłaściwym**. Każdy fakt niewłaściwy jest zarazem faktem koniecznym, ale odwrotna zależność nie musi zachodzić, z góry bowiem jest wykluczone, że pewne fakty konieczne nie są korelatami twierdzeń logicznych. Dla prostoty dalszych sformułowań przyjmujemy, że w rozważanym przez nas języku występują symbole 0 i 1, które określamy za pomocą definicji:

(d1) $0 \equiv \forall p(p)$

(d2) $1 \equiv \exists p(p)$

Stała zdaniowa „0" stwierdza, że każda sytuacja jest faktem, z kolei stała zdaniowa „1" stwierdza, że istnieje przynajmniej jeden fakt. „1" jest twierdzeniem logicznym, jest więc symbolem faktu niewłaściwego, a „0" jest symbolem sytuacji niemożliwej.

Podobnie jak w klasycznym rachunku predykatów, twierdzeniem logicznym jest formuła stwierdzająca istnienie przynajmniej jednego przedmiotu, a mianowicie formuła $\exists x(x \equiv x)$, tak twierdzeniem logiki niefregowskiej jest formuła $\exists p \exists q \neg (p \equiv q)$ stwierdzająca istnienie przynajmniej dwóch sytuacji, czyli u podstaw logiki niefregowskiej znajduje się założenie, że istnieją przynajmniej dwie sytuacje.

Przyjmiemy obecnie pewne inne pozalogiczne założenie, zwane w literaturze logiczno-filozoficznej zasadą semantyczną Wittgensteina:

(*ZW*) *Zdania logicznie równoważne odnoszą się do tej samej sytuacji.*

Wittgenstein przyjmował nawet mocniejsze założenie, a mianowicie utożsamiał on ze sobą zdania logicznie równoważne. W *Traktacie* pisze on na ten temat w następujący sposób:

5. 141 *Jeżeli p wynika z q, a q wynika z p, to są one jednym i tym samym zdaniem.*

Obecnie będziemy badać konsekwencje logiczne założenia *ZW*. Aby w języku *J* niefregowskiej logiki zdaniowej z kwantyfikatorami wiążącymi zmienne zdaniowe sformułować zasadę Wittgensteina przyjmiemy następujące oznaczenia: generalizacją dowolnej formuły α nazywamy rezultat poprzedzenia tej formuły dowolną skończona ilością kwantyfikatorów ogólnych i przez $Gn(\{\alpha\})$ oznaczać będziemy zbiór wszystkich generalizacji formuły α i analogicznie dla dowolnego zbioru formuł zdaniowych X przez $Gn(X)$ oznaczamy zbiór wszystkich generalizacji formuł ze zbioru X.

Tezę 5. 141 w języku niefregowskiej logiki zdaniowej z kwantyfikatorami odzwierciedlamy przez przyjęcie jako teorii sytuacji następującego zbioru formuł:

WTQ = $Cn(Gn(\{\alpha \equiv \beta : (\alpha \leftrightarrow \beta) \in \mathrm{Cn}(\emptyset)\})$. Zbiór ten konstytuuje całą klasę teorii zwanych w literaturze logicznej WTQ-teoriami. Przyjmujemy bowiem następującą definicję:

Definicja 6.

Zbiór formuł T jest WTQ-teorią, gdy T jest teorią oraz WTQ $\subset T$. Litery skrótu WTQ pochodzą: W – od Wittgenstein, T – dla pewnych topologicznych własności modeli tych teorii, Q – dla kwantyfikatorów.

Zbiór formuł WTQ jest najmniejszą WTQ-teorią w języku niefregowskiej logiki zdaniowej. Zbiór ten ma między innymi następujące własności:

(1) $\alpha \in$ WTQ wtedy i tylko wtedy gdy $(\alpha \equiv 1) \in$ WTQ,

(2) $(\neg\, \alpha) \in$ WTQ wtedy i tylko wtedy gdy $(\alpha \equiv 0) \in$ WTQ,

(3) $\alpha \in$ WTQ wtedy i tylko wtedy gdy $(\neg\, \alpha \equiv 0) \in$ WTQ,

(4) jeżeli $\alpha, \beta \in$ WTQ, to $(\alpha \equiv \beta) \in$ WTQ

(5) jeżeli $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \in$ WTQ, to $(\alpha \equiv \beta) \in$ WTQ

Zgodnie z (1) nie tylko wszystkie twierdzenia logiczne, ale również wszystkie twierdzenia najmniejszej WTQ-teorii odnoszą się do tego samego faktu niewłaściwego oznaczonego tutaj sybmolem „1" i podobnie wszystkie negacje twierdzeń WTQ odnoszą się do tej samej sytuacji niemożliwej oznaczonej symbolem „0". Z (5) wynika w szczególności, że w modelu dowolnej WTQ-teorii uniwersum zmiennych zdaniowych jest algebrą Boole'a.

Dla zwięzłego sformułowania pewnych twierdzeń posiadających filozoficzne interpretacje zakładamy, że w rozważanym przez nas języku niefregowskiej logiki zdaniowej J występują dodatkowe spójniki jednoargumentowe: $\Box$, $\Diamond$ oraz jeden spójnik dwuargumentowy: $\leq$.

Wymienione symbole określamy przyjmując następujące definicje równościowe:

(d3) $\Box\, p \equiv (p \equiv 1)$

(d4) $\Diamond\, p \equiv \neg\, (p \equiv 0)$

(d5) $(p \leq q) \equiv ((q \rightarrow p) \equiv 1)$

W ten sposób określone symbole możemy intuicyjnie odczytać: wyrażenie $\Box\, p$ czytamy: p jest sytuacją logicznie konieczną, z kolei wyrażenie $\Diamond\, p$ znaczy, że p jest sytuacją logicznie możliwą. Na gruncie WTQ znak $\leq$ jest symbolem relacji porządkującej uniwersum sytuacji U w taki sposób, że zachodzą między innymi następujące twierdzenia:

$1 \leq p$, $p \leq 0$, czyli, że fakt niewłaściwy zawarty jest w każdej sytuacji i dowolna sytuacja jest zawarta w sytuacji niemożliwej i ogólnie dla dowolnych dwu formuł α, β języka J,

jeżeli $\alpha \models_{WTQ} \beta$, to w dowolnym WTQ-modelu $h(\beta) \leq h(\alpha)$. Ze względu na to, że fakt niewłaściwy jest zawarty w każdej sytuacji, nazywać go będziemy również sytuacją pustą.

Przez **ontologię sytuacji** wyznaczoną przez dany model m = ($\boldsymbol{U}$, F) dla języka niefregowskiej logiki zdaniowej rozumieć będziemy tutaj taką teorię sytuacji, której twierdzenia stwierdzają coś o całym uniwersum sytuacji $\boldsymbol{U}$ w taki sposób, że twierdzenia te odnoszą się do faktów koniecznych w danym uniwersum. Innymi słowy, ontologia sytuacji wyznaczona przez dany model jest zbiorem formuł prawdziwych w tym modelu niezależnie od tego, które sytuacje są faktami. Najmniejszą ontologią sytuacji jest zbiór twierdzeń niefregowskiej logiki zdaniowej, również zgodnie z (1) zbiór formuł WTQ jest pewną ontologią sytuacji. Termin „ontologia sytuacji" zapożyczony z książki B. Wolniewicza [1] jest tutaj rozumiany trochę inaczej niż w [1].

Jeżeli model $m = (U, F)$ dla języka niefregowskiej logiki zdaniowej jest modelem dla WTQ, to spełnione są między innymi następujące dwa warunki:
(1) $(U, \neg, \cap, \cup, \rightarrow, \leftrightarrow, \circ)$ jest algebrą Boole'a z dodaną operacją o taką, że dla dowolnych $a, b \in U$ zachodzi związek:

$$a = b \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } a \circ b = 1.$$

(2) Funkcje: $\bigcap$, $\bigcup$ są uogólnionymi operacjami na funkcjach wyznaczonych przez formuły języka J, takimi, że dla dowolnego $a \in U$ oraz dla dowolnej funkcji f wyznaczonej w modelu m przez formuły języka J, zachodzą związki:

(i) $f(a) \leq \bigcap f$

(ii) $\forall b \in U$ [jeżeli $\forall a\, (f(a) \leq b)$, to $(\bigcap f \leq b)$]

(iii) $\bigcup f \leq f(a)$

(iv) $\forall b \in U$ [jeżeli $\forall a (b \leq f(a))$, to $(b \leq \cup f(a))$

Warunki: (1)-(iv) stwierdzają, że kwantyfikatory języka niefregowskiej logiki zdaniowej są interpretowane jako kresy wartości funkcji wyznaczonych przez formuły odpowiednio: kwantyfikator ogólny jako kres górny, a kwantyfikator egzystencjalny jako kres dolny zbioru wartości funkcji odpowiadających formułom rozważanego języka.

Uniwersum dowolnego WTQ-modelu zawsze zawiera podzbiór F reprezentujący zbiór faktów. Jeżeli w uniwersum sytuacji U kres górny zbioru faktów ze względu na porządek $\leq$ istnieje i jest faktem, to nazywamy go światem realnym. Sytuacja nazwana tutaj światem realnym, o ile istnieje w danym modelu, to jest ona sytuacją, która jest faktem i zawiera wszystkie fakty. Pojęcie świata realnego jest wyrażalne w języku niefregowskiej logiki zdaniowwej za pomocą następującej definicji:

(d6) $$RWp \equiv (p \wedge \forall q\, (q \rightarrow (q \leq p)))$$

Z kolei elementy maksymalne w zbiorze sytuacji możliwych, czyli w zbiorze $\bigcup F_i$ nazywamy możliwymi światami. W danym uniwersum sytuacji U mogą oczywiście nie istnieć sytuacje będące możliwymi światami. Pojęcie możliwego świata jest definiowalne w języku logiki niefregowskiej za pomocą następującej definicji równościowej:

(d7) $PWp \equiv \{\neg (p \equiv 0) \wedge \forall q\, [(q \leq p) \vee (\neg q \leq p)]\}$

Wyrażenie PWp intuicyjnie odczytujemy: sytuacja, że p jest możliwym światem, jest identyczna z tym, że p jest sytuacją logicznie możliwą, oraz dla dowolnej sytuacji q, sytuacja ta zachodzi w p lub $\neg\, q$ zachodzi w p. Element a z uniwersum sytuacji U spełnia formułę PWp zawsze i tylko wtedy, gdy a jest elementem maksymalnym wśród elementów reprezentujących sytuacje możliwe. Warto zwrócić uwagę, że w logice modalnej zwykle pojęcia świata możliwego i świata realnego są terminami używanymi w metajęzyku do badania własności semantycznych systemów modalnych. Natomiast w języku logiki niefregowskiej terminy te są definiowalne za pomocą terminów logicznych. Z pojęciem realnego świata ściśle związane jest pojęcie kresu górnego ze względu na porządek sytuacji $\leq$ zbioru faktów, który to kres definiujemy jako sytuację będącą sumą faktów w następujący sposób:

(d8) $SFp \equiv [\forall q\, (q \rightarrow (q \leq p)) \wedge \forall r\, (\forall q\, (q \rightarrow (q \leq r)) \rightarrow (p \leq r)]$

Definicję (d8) odczytujemy: sytuacja p jest sumą faktów, czyli ich kresem górnym ze względu na porządek sytuacji. Z góry nie jest przesądzone, czy w danym WTQ-modelu istnieje suma faktów. Jeżeli sytuacja a spełnia warunek SFp, to a jest najmniejszą sytuacją w sensie porządku $\leq_{\mathrm{WTQ}}$, która zawiera wszystkie fakty, ale sytuacja a może być, a może nie być faktem. Definicje realnego świata oraz sumy faktów pozostają w ścisłym związku z tezami Wittgensteina:

1 Świat jest wszystkim co jest faktem.

1.11 Świat jest wyznaczony przez fakty oraz przez to, że są to wszystkie fakty.

1.13 Światem są fakty w przestrzeni logicznej.

W definicjach możliwych światów oraz realnego świata jak i sumy faktów w sposób ukryty występuje spójnik identyczności, a występuje on w definicji relacji porządku $\leq$ sytuacji. Dlatego, aby ustalić wzajemne związki między tymi pojęciami, przyjmiemy możliwie najprostszą interpretację spójnika identyczności. W tym celu przyjmiemy jako aksjomat:

(H) $\forall p \forall q\, [(p \equiv q) \equiv 0 \vee (p \equiv q) \equiv 1]$

Założenie (H) było nazywane przez Suszkę zasadą zero-jedynkowości operacji identyfikacji sytuacji. Zasada H (od nazwiska Henlego) stwierdza, że dowolna równość przedstawia albo sytuację możliwą, albo też fakt niewłaściwy. Teorie sytuacji wyznaczone przez zbiór: WTQ $\cup$ {(H)} $\cup$ D, gdzie D jest zbiorem definicji {(d1) (d2),..., (d8)} nazywamy WHQ-teoriami. Teorie WTQ i WHQ powstały przez przeniesienie do języków z kwantyfikatorami znanych z SCI teorii WT i WH. Bardziej szczegółowy opis tych teorii wraz z aksjomatyzacją znajduje się w moich pracach [1], [2]. Z twierdzeń podanych w tych pracach wynikają następujące wnioski:

(1) WHQ jest pewną ontologią sytuacji dlatego, że inwariantną teorią w języku niefregowskiej logiki zdaniowej,której wszystkie twierdzenia odnoszą się do jednego faktu koniecznego. Wynika to stąd, że WHQ jest teorią domkniętą na regułę: $\alpha \vdash \Box \alpha$.

(2) W każdym WTQ-modelu języka logiki niefregowskiej istnieją
(a) kres dolny zarówno wszystkich sytuacji, jak i wszystkich faktów i jest nim fakt niewłaściwy oznaczony tutaj przez 1,
(b) kres górny zbioru wszystkich sytuacji i jest nią sytuacja niemożliwa 0.
(c) kres górny zbioru faktów i jest nim bądź świat realny,bądź sytuacja niemożliwa 0.

Bez względu na to, czy w danym WHQ-modelu występują czy też nie sytuacje będące możliwymi światami, to zawsze istnieją kresy zbioru możliwych światów ze względu na porządek sytuacji $\leq$. W pracy [3] pokazano, że zachodzi następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1.

W dowolnym WHQ-modelu *m* zachodzą związki: (a) kres górny zbioru możliwych światów $= | \forall p\ (PWp \rightarrow p) |$, (b) kres dolny zbioru możliwych światów $= | \exists p\ ((p \wedge PWp) |$

Wniosek:

Dla dowolnego WHO-modelu *m* zachodzą następujące związki:

(1) w dowolnym WHQ-modelu *m* nie istnieją sytuacje będące możliwymi światami zawsze i tylko wtedy, gdy kres górny możliwych światów w modelu *m* jest faktem niewłaściwym, a ich kres dolny jest wtedy sytuacją niemożliwą.

(2) Każda sytuacja, z wyjątkiem logicznie niemożliwej 0, zachodzi w pewnym możliwym świecie wtedy i tylko wtedy, gdy kres dolny możliwych światów jest faktem niewłaściwym.

(3) W dowolnym WHQ-modelu istnieje sytuacja będąca realnym światem zawsze i tylko wtedy, gdy kres dolny możliwych światów jest faktem.

W pracy niniejszej rozważane były pewne szczególne rodzaje sytuacji, takie jak fakty i możliwe światy, i analizowane były one z punktu widzenia porządku sytuacji określonego przez definicję (d5). Przytoczone w tej pracy definicje (d1)-(d8) są pewną nieistotną modyfikacją definicji rozważanych przez Suszkę w pracach [1], [2]. Praca niniejsza stanowi pewną systematyzację i rekonstrukcję rozważań Suszki prowadzonych w tych pracach. W artykule tym w dużej mierze nawiązuję do rozmów prowadzonych z Suszką w ostatnich dwóch latach Jego życia.

BIBLIOGRAFIA:

OMYŁA M.:
[1] *Boolean Theories with Quantifiers.* "Bulletin of Section of Logic" 7/2, 1978, s. 76-83.
[2] *Propositional Quantifiers in Non-Fregean Theories,* w: *Begriffschrift Jeaear Frege-Konferenz.* Jena 1979, s. 299-306.
[3] *Zarys logiki niefregowskiej.* PWN, Warszawa 1986.
[4] *A Formal Ontology of Situations*, w: *Formal Ontology.* Kluwer Academic Publishers 1966, wyd. Roberto Poli i Peter Simons, s. 173-187.

PRZEŁĘCKI M.:
[1] *Platon o niewyrażalności poznania filozoficznego*, w: *Lektury Platońskie.* Warszawa 2000, s. 89-103.

SUSZKO R.:
[1] *Ontologia w Traktacie L. Wittgensteina.* „Studia Filozoficzne" 1 (1968), s. 97-121.
[2] *Non-Fregean Logic and Theories, Annale Universitati Bucuresti.* "Acta Logica" 9 (1968), s. 105-125.
[3] *Quasi-Completeness in Non-Fregean Logic.* „Studia Logica" 29, Warszawa 1971, s. 1-14.

WÓJCICKI R.:
[1] *Semantyka sytuacyjna logiki niefregowskiej,* w: *Znaczenie i prawda. Rozprawy semiotyczne*, red. Jerzy Pelc. Warszawa 1994, s. 261-283.

Wolniewicz B.:
[1] *Ontologia sytuacji.* PWN, Warszawa 1985.

Praca przygotowana w ramach projektu badawczego KBN nr 1 H01A01116.