KRZYSZTOF WÓJTOWICZ
Uniwersytet Warszawski

ZOBOWIĄZANIA ONTOLOGICZNE A FORMA LOGICZNA[1]

Niniejszy artykuł dotyczy zagadnienia, w jaki sposób identyfikacja zobowiązań ontologicznych danej teorii zależy od rozstrzygnięć metateoretycznych. Problem ten ma związek z dyskusją realizm – antyrealizm w filozofii matematyki. Stawiam go tu w kontekście koncepcji Quine'a i jego „tezy o logice pierwszego rzędu", a moim celem jest ukazanie (na wybranych przykładach), w jakim stopniu uchylenie jej założeń może wpływać na nasze rozumienie tego, czym są zobowiązania ontologiczne.

1. PROBLEM ZOBOWIĄZAŃ ONTOLOGICZNYCH

Pojęcie zobowiązania ontologicznego ma bliski związek z koncepcją istnienia Quine'a, która stanowi punkt wyjścia dla słynnego argumentu na rzecz matematycznego realizmu, tzw. „argumentu z niezbędności" (*indispensability argument*). Argument ten opiera się na obserwacji, iż matematyka jest niezbędnym fragmentem teorii fizycznych. Pojawia się więc pytanie, jaki jest jej status – czy jest li tylko narzędziem (a więc terminy matematyczne pojawiające się w naukach empirycznych mają status terminów pomocniczych, pozbawionych interpretacji), czy też może matematyka stanowi opis pewnej pozajęzykowej rzeczywistości (i winna być interpretowana realistycznie)?

Zdaniem neopozytywistów, terminy matematyczne mają charakter pomocniczy, nie odnoszą się do żadnych pozajęzykowych obiektów, a matematyka stanowi „teoretyczną sokowirówkę" (jak ją określał Hempel) – pomaga w wyciąganiu wniosków, lecz sama nie głosi żadnych prawd. Quine stawia sprawę inaczej. Fakt, że matematyka jest niezbędnym fragmentem naszej wiedzy naukowej ma doniosłe implikacje filozoficzne. Ważnym dla analiz ontologicznych faktem jest to, iż w fazie tworzenia wiedzy odwołujemy się do mechanizmu reifikacji, tj. mechanizmu postulowania bytów pewnego typu. Mechanizm ten ma charakter w gruncie rzeczy wysoce uteoretyzowany i motywowany jest m.in. względami pragmatycznymi: wiara w istnienie obiektów porządkuje nasz obraz świata i pozwala sprawnie w nim funkcjonować (z tego też

[1] Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/B/HS1/-04023.

względu przyjmujemy fizykalistyczny aparat pojęciowy, choć moglibyśmy przyjąć też schemat czysto fenomenalistyczny)[2]. Z mechanizmem reifikacji mamy oczywiście do czynienia także w nauce, kiedy to wprowadzamy terminy teoretyczne, dzięki którym możemy konstruować teorie (i tym samym porządkować dostępne dane empiryczne). Celem wprowadzania postulatów egzystencjalnych jest uproszczenie opisu świata i uczynienie go bardziej efektywnym. Stwierdzenie to ma ważne implikacje także dla dyskusji realizm – antyrealizm w odniesieniu do matematyki.

Stanowisko Quine'a ma charakter holistyczny: „*nasze twierdzenia o świecie zewnętrznym stają przed trybunałem doświadczenia zmysłowego nie indywidualnie, lecz zbiorowo*" [Quine 1953b, 63]. Nie możemy zatem – wbrew temu, co twierdziliby np. neopozytywiści – wyodrębnić pewnego fragmentu teorii jako niezinterpretowanego[3]. Wszystkie zdania teorii mają równe prawa. Quine oczywiście zdaje sobie sprawę z faktu, że istnienie obiektów pewnego typu jest zawsze postulatem pewnej teorii[4]. Nie sprawia to jednak, że stają się one przez to jakkolwiek „mniej realne". W gruncie rzeczy bowiem możemy jedynie pytać o to, jakie są zobowiązania ontologiczne konstruowanej przez nas teorii, czyli

---

[2] „*Łącząc oddzielne doznania zmysłowe i traktując je jako percepcję jednego przedmiotu ujmujemy bogactwo naszych doznań w prostym i operatywnym schemacie pojęciowym. Przyporządkowywanie danych zmysłowych przedmiotom zewnętrznym jest [...] podyktowane zasadą prostoty: wcześniejsze i późniejsze wrażenie okrągłości łączymy z tą samą monetą lub z dwiema różnymi monetami, kierując się postulatem maksymalnej prostoty naszego całościowego obrazu świata*" [Quine 1953a, 31].

[3] Quine odrzuca też Carnapowski podział na pytania wewnętrzne i zewnętrzne. Pytania zewnętrzne dotyczą istnienia systemu bytów jako pewnej całości (takim systemem jest chociażby świat fizyczny jako taki, ale też obiekty teoretyczne, matematyczne *etc.*). W ujęciu Carnapa, pytania zewnętrzne nie mają racji bytu, są źle postawione, zaś sensownie możemy zapytać jedynie o istnienie wewnątrz danej teorii (czy: systemu pojęć). Nie możemy pytać o to, czy istnieją liczby naturalne jako takie, choć możemy (z „wnętrza" teorii liczb) pytać o to, czy istnieje liczba naturalna o pewnej własności. Wybieramy bowiem określone systemy językowe ze względów pragmatycznych – i nie ma to żadnych konsekwencji metafizycznych. Zdaniem Carnapa, tak jest oczywiście w wypadku zdań matematycznych, które mają charakter konwencji (czy ściślej: wynikają z przyjęcia określonych konwencji językowych), nie zobowiązując nas bynajmniej do uznania istnienia obiektów matematycznych jako bytów.

[4] „*Przedmioty fizyczne są pojęciowo wnoszone do sytuacji jako wygodne ogniwa pośredniczące – nie przez definiowanie ich w terminach doświadczenia, lecz jako nieredukowalne byty postulowane*" [Quine 1953b, 67].

innymi słowy istnienie jakiego typu obiektów powinniśmy uznać, jeśli daną teorię interpretujemy realistycznie[5].

Pojawia się więc ogólny problem dotyczący kryterium, na podstawie którego będziemy mogli stwierdzić, że pewien obiekt *O* istnieje w myśl pewnej teorii *T*. Nie pytamy tu o absolutne istnienie obiektu *O*, ale o jego istnienie w ramach ontologii teorii *T*. Aby na to pytanie odpowiedzieć, niezbędne jest więc posiadanie dobrego narzędzia (klarownego kryterium) identyfikacji ontologii dla teorii *T*. Zdaniem Quine'a, takie precyzyjne kryterium dane jest tylko dla niektórych teorii, sformułowanych w ramach „ontologicznie zdeterminowanej" notacji [Quine 1986, 135]. Jest nią standardowa logika pierwszego rzędu (czyli klasyczny rachunek predykatów). To właśnie obecność kwantyfikacji w języku pozwala na stwierdzenie, do jakich przedmiotów odnoszą się wypowiedzi danej teorii – czyli na zidentyfikowania ontologii[6]. Inne sformułowania mogą prowadzić do nieadekwatnego obrazu ontologii, w którym pominiemy istnienie obiektów, do których *de facto* się odwołujemy, lub przeciwnie – prowadzić do wprowadzania bytów, których *de facto* w naszej ontologii nie ma. Kryterium istnienia Quine'a opiera się więc na założeniach o charakterze metateoretycznym, dotyczącym granic logiki – Quine w szczególności przyjmuje tzw. tezę o logice pierwszego rzędu (*first-order thesis*), w myśl której tylko logika elementarna jest właściwą, prawdziwą logiką[7].

2. LOGIKI NIEELEMENTARNE

Logika elementarna jest najbardziej znanym i najszerzej zbadanym systemem logicznym, jednak nie jedynym. Istnieje wiele logik

---

[5] Dotyczy to w szczególności także pytania o istnienie obiektów matematycznych. Jest ono jest pytaniem tej samej kategorii, co pytanie o istnienie obiektów teoretycznych – to zaś nie różni się (co do zasady) od pytania o istnienie przedmiotów takich jak kamienie. Pytamy bowiem o obiekty, których istnienie powinniśmy przyjąć, aby dobrze wyjaśnić dane empiryczne. Mamy oczywiście naturalne skłonności do tego, aby odrzucić istnienie np. liczb rzeczywistych, a uznać istnienie kamieni – jednak wynika to z uwarunkowań psychologicznych, których źródłem są nasze przyzwyczajenia. Z punktu widzenia analizy ontologicznej nie ma to znaczenia.

[6] „*Bytami, do których zobowiązuje nas dany dyskurs, są te byty, które muszą należeć do przedmiotów reprezentowanych przez zmienne, jeśli twierdzenia akceptowane w tym dyskursie mają być prawdziwe*". [Quine 1951, 165]. Znane w literaturze hasło brzmi: „Istnieć to być wartością zmiennej".

[7] Nie podejmuję tutaj dyskusji dotyczącej tego, czym są pojęcia logiczne, jaka jest „granica logiczności". Literatura jest bogata, por. np. [Sher 1991], [Gomez-Torrente 2002]; klasyczna praca to [Tharp 1975].

nieelementarnych, a najbardziej chyba znany przykład to logika drugiego rzędu, w ramach której kwantyfikacja odbywa się również po zbiorach, a nie tylko po indywiduach[8]. Oczywiście, zdanie $\exists X\varphi(X)$ (gdzie X jest zmienną zbiorową) które mówi, iż istnieje zbiór X o pewnej własności φ,[9] w jawny sposób mówi o istnieniu zbioru. Zobowiązania ontologiczne zdań postaci $\exists X\varphi(X)$ (gdzie X jest zmienną zbiorową), czy $\exists F\varphi(F)$ (gdzie F jest zmienną funkcyjną) wydają się być absolutnie jasne – zdania te stwierdzają istnienie odpowiednich obiektów wyższych rzędów. Pojawia się jednak pytanie, czy rzeczywiście tak jest, i w jaki sposób identyfikacja zobowiązań ontologicznych zależy od sformułowania. Tę samą treść można bowiem wyrazić na różne sposoby. Jednym z ważnych zagadnień metalogicznych jest opis zależności między różnymi logikami, w szczególności też wyjaśnienie, co właściwie znaczy użyty przed chwilą zwrot „ta sama treść"[10].

Problem można klarownie postawić na przykładzie logiki z kwantyfikatorami rozgałęzionymi, wśród których najprostszy jest kwantyfikator (mówimy też: prefiks kwantyfikatorowy) Henkina[11]. Kwantyfikator Henkina (który będę tutaj oznaczał go Q_H) to tzw. nieliniowy prefiks kwantyfikatorowy, który wiąże cztery zmienne. Zdanie $Q_H x,y,x^*,y^*\varphi(x,y,x^*,y^*)$ czytamy w następujący sposób: „dla dowolnego x istnieje x*, i dla dowolnego y istnieje y* zależne tylko od y (tj. niezależne od x oraz x*), takie, że φ(x,y,x*,y*)"[12]. Najczęściej rozwa-

[8] Wyczerpującą prezentację historyczną i dyskusję filozoficzną dotyczącą logiki drugiego rzędu Czytelnik znajdzie w [Shapiro 1991].

[9] Należy podkreślić, że tutaj φ jest własnością zbioru, a nie jego elementów, np. tą własnością może być „bycie niepustym", „bycie skończonym" *etc.*

[10] Rozważmy dwa różne systemy logiczne L i L*, oraz dwa różne zdania z tych systemów: φ oraz φ*. Co znaczy, że są one sobie równoważne? Przyjmuję tutaj semantyczny punkt widzenia, w myśl którego – swobodnie mówiąc – znaczenie zdania wyznaczone jest przez klasę modeli dla tego zdania (czyli odpowiednich struktur relacyjnych). Klasa modeli dla danego języka jest już ustalona i uniwersalna dla wszystkich rozważanych logik; zaś każda logika określa, jaka jest klasa modeli dla danego zdania. Identyfikacja znaczenia zdań φ oraz φ* staje się więc bardzo prosta: powiemy, że $\varphi \equiv \varphi^*$, gdy $\mathrm{Mod}(\varphi) = \mathrm{Mod}(\varphi^*)$. Dzięki temu możemy np. stwierdzić, że pewne zdanie w logice z nieskończonymi wyrażeniami jest równoważne zdaniu w którym jest np. kwantyfikator podzielności. Takie ujęcie leży u podłoża tzw. abstrakcyjnej teorii modeli, w ramach której bada się zależności między różnymi logikami, ich siłę wyrażeniową, miejsce poszczególnych logik w tej „gmatwaninie" *etc.* (por. [Barwise, Feferman 1985]).

[11] Quine zresztą dyskutował to zagadnienie w pracy [Quine 1969].

[12] Inny zapis tego kwantyfikatora (w którym wyraźnie widać, że x* zależy tylko od x, zaś y* zależy tylko od y) wygląda tak:

żana w literaturze przedmiotu wersja w języku naturalnym to tzw. zdanie Hintikki: „Pewien krewniak każdego wieśniaka i pewien krewniak każdego mieszczucha nienawidzą się nawzajem”[13]. Nie jest możliwe zapisanie tego zdania w postaci liniowej, w której odwoływalibyśmy się tylko do kwantyfikacji po indywiduach[14].

Formalna semantyka dla zdań postaci $Q_H x,y,x^*,y^* \varphi(x,y,x^*,y^*)$ jest sformułowana przez odwołanie się do pojęcia funkcji (dzięki czemu można precyzyjnie opisać sens zwrotu „x* jest zależne tylko od x, zaś y* jest zależne tylko od y”). Powiemy, że zdanie $Q_H x,y,x^*,y^* \varphi(x,y,x^*,y^*)$ jest spełnione w modelu **M**, jeśli w tym modelu istnieją funkcje $f,g{:}M \to M$ (gdzie M jest uniwersum modelu **M**) takie, że dla dowolnych obiektów z uniwersum modelu $a,b \in M$, w modelu **M** spełnione jest zdanie $\varphi(a,b,f(a),g(b))$. Jest zatem równoważne zdaniu $\exists F \exists G \forall x \forall y\ \varphi(x,y,F(x),G(y))$, gdzie F oraz G są zmiennymi funkcyjnymi (a więc zmiennymi wyższego rzędu).[15]

W wyjściowym zdaniu mowa była tylko o indywiduach (zmienne x, x*, y, y* odnosiły się np. do osób). Jednak w zdaniu $\exists F \exists G \forall x \forall y \varphi(x,y,F(x),G(y))$ mamy do czynienia ze zmiennymi F,G, których interpretacją są funkcje. Zdaniem Quine’a, pokazuje to, że w zdaniu Hintikki mamy *de facto* do czynienia ze zobowiązaniami ontologicznymi do istnienia funkcji – zaś to, że w oryginalnej wersji tego nie widać, wynika po prostu stąd, że „rozgałęziona notacja” zafałszowuje

---

$$\begin{matrix} \forall x \exists x^* & \\ & \varphi(x,y,x^*,y^*) \\ \forall y \exists y^* & \end{matrix}$$

W tym artykule ze względów praktycznych będę używał zapisu $Q_H x,y,x^*,y^*\ \varphi(x,y,x^*,y^*)$.

[13] Możemy je zapisać jako: $Q_H x,y,x^*,y^*\ \{[W(x) \wedge M(y)] \Rightarrow [K(x,x^*) \wedge K(y,y^*) \wedge N(x^*,y^*)]\}$. Inny znany przykład to „Pewna książka każdego pisarza została omówiona w pewnym eseju każdego krytyka”.

[14] Kiedy rozważymy różne próby formalizacji tego zdania w rachunku predykatów (tzn. w standardowej notacji), zauważymy, że nie jest to możliwe. Rozważmy tytułem przykładu dwie takie próby:

(i) $\forall x \forall y \exists x^* \exists y^* \varphi(x,y,x^*,y^*)$ – jednak w tym wypadku zarówno x^* jak i y^* zależą od x, oraz od y.

(ii) $\forall x \exists x^* \forall y \exists y^* \varphi(x,y,x^*,y^*)$ – w tym wypadku y^* zależy od x^* oraz od x.

Podobnie można przeanalizować pozostałe możliwości.

[15] Zdanie Hintikki zostanie zatem przeformułowane jako:

$\exists F \exists G \forall x \forall y\ \{[W(x) \wedge M(y)] \Rightarrow [K(x,F(x)) \wedge K(y,G(y)) \wedge N(F(x),G(y))]\}$.

ontologię – i nie pozwala na jej klarowną identyfikację. Prawdziwe zobowiązania ontologiczne zdania Hintikki można odkryć po przeformułowaniu – i widać wtedy, że ukryta jest w nich kwantyfikacja po funkcjach[16].

Prefiks Henkina jest najprostszym przykładem tzw. nieliniowych prefiksów kwantyfikatorowych[17]. Na ich przykładzie można jeszcze wyraźniej formułować tezy dotyczącej swoistej „wymienności" ontologii i „metalogicznej ideologii": widoczna staje się zależność identyfikowanej ontologii od naszych decyzji dotyczących tego, jakich środków wyrażeniowych możemy użyć (i jaka – w związku z tym – jest prawdziwa forma logiczna zdania). Przypomnę kilka pojęć i faktów[18].

Zauważmy, że ważną cechą prefiksu Henkina jest to, że:

1. Mamy tam zmienne x,y, które są związane kwantyfikatorami ogólnymi.
2. Mamy zmienne x*,y*, które są związane kwantyfikatorami egzystencjalnymi.
3. Mamy pewną relację zależności: x* zależy (tylko) od x; y* zależy (tylko) od y.

[16] Quine podkreśla, że ustalenie formy logicznej zdania jest niezbędnym elementem identyfikacji ontologii: „*Przyjęcie dodatkowych elementów językowych może zniszczyć to ontologiczne kryterium. Załóżmy, na przykład, że ktoś przyjmuje explicite operator dla formowania domkniętych iteratów predykatów, zamiast definiować je na gruncie ontologii zbiorów. Czy wolno twierdzić, że ma bardziej oszczędną ontologię? Powiedziałbym raczej, że uchylił on problem ontologiczny przechodząc do języka, który nie ma wyraźnej ontologii. Jego ontologia jest nieokreślona, a co najwyżej relatywna do pewnego uzgodnionego przekładu tej notacji na naszą, standardową notację*" [Quine 1986, 134]. Zdaniem Quine'a, kwantyfikatory Henkina prowadzą do rozmycia problemu zobowiązań ontologicznych. (Przy okazji, warto przypomnieć, że zdaniem Quine'a logika drugiego rzędu również nie jest prawdziwą logiką, będąc „teorią mnogości w owczej skórze").

[17] Mam na myśli nie tylko intuicyjny fakt, że jest on „graficznie najprostszy", ale również fakt o charakterze technicznym, który mówi, iż zanurza się on w każdy prefiks nieliniowy [Walkoe 1970].

[18] Prezentację zagadnienia można znaleźć np. w [Krynicki, Mostowski 1995], [Mostowski 1994]. Wyczerpujące omówienie zarówno formalnych aspektów, jak i dyskusję filozoficzna zawiera praca [Sher 1991]. Moim celem jest jedynie zasygnalizowanie problemu, rezygnuję w szczególności z obszernego cytowania literatury.

Ta obserwacja może być punktem wyjścia do zdefiniowania ogólnego pojęcia prefiksu nieliniowego. Taki prefiks Q można zdefiniować jako trójkę uporządkowaną $Q = (A_Q, E_Q, D_Q)$, gdzie:

1. A_Q to zbiór zmiennych ogólnych;
2. E_Q to zbiór zmiennych egzystencjalnych;
3. $D_Q \subseteq A_Q \mathrm{x} E_Q$ jest relacją zależności między zmiennymi: zmienne egzystencjalne mogą zależeć od szeregu zmiennych ogólnych (formalnie: $(x,y) \in D_Q$, reprezentuje fakt, że zmienna egzystencjalna y zależy od zmiennej ogólnej x).

Kwantyfikator Henkina jest szczególnym wypadkiem takiego ogólnego prefiksu – jest zdefiniowany jako (A,E,Q), gdzie $A=\{x,y\}$, $E=\{x^*,y^*\}$, zaś $D=\{(x,x^*), (y,y^*)\}$, co znaczy, że zmienna egzystencjalna x^* zależy tylko od x, zaś zmienna y^* – tylko od y. Definicja ta obejmuje również zwykłe ciągi kwantyfikatorów jako szczególny przypadek[19].

Rozważmy teraz logikę L_B z prefiksami rozgałęzionymi. Z syntaktycznego punktu widzenia różni się od klasycznej logiki tym, że mamy w niej dodatkową regułę tworzenia formuł poprzez poprzedzenie ich prefiksem rozgałęzionym:

(*) Jeśli φ jest zdaniem języka logiki L_B oraz Q jest prefiksem nieliniowym, to $Q\varphi$ jest także zdaniem języka logiki L_B.

Semantyka jest zdefiniowana podobnie jak w wypadku kwantyfikatora Henkina, poprzez użycie funkcji. Nie będę tu przedstawiał szczegółów technicznych, ważna jest idea: jeśli zmienna y zależy od zmiennych $x_1,\ldots x_n$, to będziemy postulować istnienie pewnej *n*-argumentowej funkcji F takiej, że $y=F(x_1,\ldots x_n)$[20]. Okazuje się, że

[19] Rozważmy „czterowymiarowy” analog zdania Hintikki: „Pewien krewniak każdego filozofa, i pewien krewniak każdego prawnika, i pewien krewniak każdego fizyka i pewien krewniak każdego urzędnika – spotykają się regularnie na brydżu”. Mamy tu cztery zmienne ogólne, cztery zmienne egzystencjalne, a zależności są dość proste – każda zmienna egzystencjalna zależy tylko od jednej zmiennej ogólnej.

[20] Jeśli w naszym prefiksie zmienna y_1 zależy od zmiennych x_1, x_2, zaś zmienna y_2 zależy od zmiennych x_2, x_3, to wprowadzamy symbole funkcyjne F,G, zaś zdanie $Q(x_1,x_2,x_3,y_1,y_2)\ \varphi(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2)$ interpretowane jest jako: $\exists F \exists G \forall x_1,x_2,x_3\ \varphi(x_1,x_2,x_3,F(x_1,x_2), G(x_2,x_3))$. Zdanie

dołączenie nieliniowych prefiksów zwiększa istotnie siłę wyrażeniową logiki. Zachodzi bowiem twierdzenie:

(*) Każda formuła drugiego rzędu postaci $\exists X\varphi(X)$, gdzie X jest zmienną zbiorową, zaś φ nie zawiera już kwantyfikatorów zbiorowych (czyli formuła klasy $\Sigma^1{}_1$) jest semantycznie równoważna pewnej formule postaci $Q\psi$, gdzie Q jest pewnym kwantyfikatorem rozgałęzionym, zaś ψ jest formułą elementarną ([Enderton 1970], [Walkoe 1970])[21] [22].

Jaki stąd płynie wniosek dotyczący zobowiązań ontologicznych? Zauważmy, że zdanie postaci $\exists X\varphi(X)$ zdaje się w oczywisty sposób stwierdzać istnienie zbioru o pewnej własności. Jest ono semantycznie równoważne zdaniu postaci $Q\psi$, tj., takiemu, w którym nie pojawiają się zmienne zbiorowe, a kwantyfikacja odbywa się po indywiduach. Oczywiście, restryktywne stanowisko Quine'a odrzuca takie ujęcie – dopuszczalna jest jedynie kwantyfikacja liniowa, tym samym prawdziwe zobowiązania ontologiczne odczytać należy ze zdania $\exists X\varphi(X)$.

Można jednak zastanawiać się, czy nie należałoby zgodzić się na uznanie semantycznej autonomii prefiksów rozgałęzionych (a jeśli tak – to jak szerokiej klasy takich prefiksów)[23]. Pytanie to można – w odniesieniu do kwantyfikatora Henkina – postawić jako pytanie dotyczące właściwej semantyki: czy kwantyfikacja nieliniowa jest dla nas zrozumiała jako taka, czy też, aby zrozumieć, co właściwie mówi prefiks Henkina, musimy wprowadzić pojęcie funkcji i musimy przeformułować

o brydżystach (z poprzedniego przypisu) miałoby postać $\exists F\exists G\exists H\exists K\ \forall x_1,x_2,x_3,x_4\ \varphi(x_1,x_2,x_3,x_4,F(x_1),G(x_2),H(x_3),K(x_4))$.

[21] Szczególnym przypadkiem tego twierdzenia jest rozważany już wcześniej fakt: zdanie $\exists F\exists G\forall x\forall \varphi(x,y,F(x),G(y))$, jest semantycznie równoważne zdaniu $Q_H\varphi(x,y,x^*,y^*)$.

[22] Znane jest również następujące twierdzenie, które ukazuje „górne ograniczenie" siły wyrażeniowej logiki L_B: Każde zdanie języka logiki L^* jest równoważne pewnej formule klasy $\Delta^1{}_2$ (czyli dającej się zapisać zarówno w postaci $\exists X\forall Y\alpha(X,Y)$, jak i $\forall X\exists Y\beta(X,Y)$), [Enderton 1970].

[23] Pytanie, jakie tutaj się nasuwa ma swój wymiar epistemologiczny (psychologiczny?): w jaki sposób rozumiemy skomplikowane prefiksy nieliniowe? Jak skomplikowane prefiksy jesteśmy w stanie zrozumieć? Czy rozumiemy prefiks zawierający 10 zmiennych ogólnych, 12 egzystencjalnych i całą skomplikowaną sieć zależności między nimi? Odrębną sprawą jest to, na ile wyniki tego typu winny być użyte jako argument w debacie filozoficznej – wszak nikt nie odrzuca standardowego rachunku predykatów ze względu na to, że prawdopodobnie nikt nie jest w stanie zrozumieć zdania, w którym mamy do czynienia z (liniowym) ciągiem np. 100 kwantyfikatorów.

to zdanie do postaci liniowej ze zmiennymi funkcyjnymi? Co więcej – czy kiedy mówimy o zachodzeniu zależności między zmiennymi zobowiązujemy się do istnienia funkcji jako bytów?

Sprawę komplikuje jeszcze fakt, że również zobowiązanie do istnienia funkcji może być pozorne – niektóre zdania egzystencjalne stwierdzające istnienie funkcji są równoważne zdaniom z logiki elementarnej. Przypomnijmy kilka ważnych w tym kontekście faktów. Zgodnie z twierdzeniem o postaci normalnej Skolema, każda formuła pierwszego rzędu jest logicznie równoważna pewnej formule drugiego rzędu postaci:

$$\exists F_1 \ldots \exists F_n \forall x_1 \ldots \forall x_m\ \varphi(\ldots.)$$

Gdzie $x_1, \ldots, x_m$ są zmiennymi indywiduowymi, zaś $F_1, \ldots, F_n$ są zmiennymi funkcyjnymi (zaś φ jest już formułą bezkwantyfikatorową). Funkcje $F_1, \ldots, F_n$ nazywamy funkcjami Skolema, a formułę $\exists F_1 \ldots \exists Fn \forall x_1 \ldots \forall x_m\ \varphi(\ldots.)$ – postacią normalną Skolema. Nie wnikając w szczegóły techniczne, ogólna idea tej procedury jest taka, że jeśli kwantyfikator egzystencjalny znajdzie się w zasięgu działania pewnego kwantyfikatora ogólnego, to zostaje on wyeliminowany, a jego rolę przejmuje znajdujący się przed danym kwantyfikatorem ogólnym kwantyfikator egzystencjalny wiążący pewną zmienną funkcyjną. Na przykład zdanie $\forall x \exists y \varphi(x,y)$ zostanie przeformułowane do postaci $\exists F \forall x \varphi(x,F(x))$; zdanie $\forall x \forall y \exists z \varphi(x,y,z)$ do postaci $\exists F \forall x \forall y \varphi(x,y,F(x,y))$; zdanie $\forall x \exists z \forall y \exists v \varphi(x,y,z,v)$ do postaci $\exists F \exists G \forall x \forall y \varphi(x,y,F(x),G(x,y))$ *etc.*[24].

Rozważmy przykład zdania $\alpha^* = \exists F \exists G \forall x \forall y \varphi(x,F(x),y,G(x,y))$. *Prima facie* niesie ono w sobie zobowiązania ontologiczne do istnienia funkcji - w każdym razie do takiego wniosku prowadzi jego zwykłe odczytanie. Zauważmy jednak, że to zdanie jest zeskolemizowaną wersją elementarnego zdania $\alpha = \forall x \exists z \forall y \exists v \varphi(x,z,y,v)$. W tym zdaniu nie ma mowy o funkcjach; nie ma też żadnych podstaw, aby twierdzić, że tak naprawdę zdanie to mówi o funkcjach jak obiektach (i jego właściwą parafrazą jest: $\exists F \exists G \forall x \forall y \varphi(x,F(x),y,G(x,y))$). Raczej jest odwrotnie: to zdanie elementarne α uznamy za właściwą parafrazę „platonistycznego”

[24] Mówiąc bardzo swobodnie, formuła $\forall x \exists y \varphi(x,y)$ wskazuje na istnienie pewnego typu zależności: dla każdego obiektu x można wskazać obiekt y, taki, że $\varphi(x,y)$. Jeśli więc wybieramy obiekt tego typu, to w ten sposób określamy pewne przyporządkowanie $f{:}x \rightarrow f(x)$.

zdania $\alpha^*=\exists F\exists G\forall x\forall y\varphi(x,F(x),y,G(x,y))$[25]. W wielu wypadkach możemy więc wyeliminować zobowiązania ontologiczne do funkcji poprzez podanie odpowiedniego (semantycznie równoważnego) zdania w języku elementarnym.

Pojawia się pytanie o to, jaką formę mogą przyjąć takie parafrazy i dlaczego rozumiemy pewne zdania (z użyciem funkcji) jako zdania, które takich funkcji nie angażują. W zdaniu $\exists F\exists G\forall x\forall y\varphi(x,F(x),y,G(x,y))$ wartość funkcji F zależy tylko od x, natomiast wartość funkcji G zależy nie tylko od y, ale również od x. Jednak czy właśnie zachodzenie tych zależności (zwłaszcza drugiej) sprawia, że potrafimy zrozumieć to zdanie tak, jak gdyby nie mówiło się w nim w ogóle o funkcjach? Co by jednak było, gdyby wartość funkcji G zależała już tylko od y, czyli gdyby zdanie miało postać $\exists F\exists G\forall x\forall y\varphi(x,F(x),y,G(y))$? Czy ten fakt sprawia, że nie jesteśmy w stanie zrozumieć tego zdania już inaczej, jak tylko przez pojęcie funkcji? Innymi słowy, czy to, że w zdaniu $\exists F\exists G\forall x\forall y\varphi(x,F(x),y,G(x,y))$ wartość funkcji G zależy od obu zmiennych x,y sprawia, że rozumiemy to jako zdanie elementarne, zaś skoro w zdaniu $\exists F\exists G\forall x\forall y\varphi(x,F(x),y,G(y))$ wartość funkcji G zależy <u>tylko</u> od y, to nie jesteśmy w stanie zrozumieć go inaczej, jak z użyciem pojęcia funkcji?

Ostatecznie więc konieczne jest podjęcie decyzji, jakiego typu semantykę możemy uznać za „samoistną", jakiego typu zwroty językowe uznamy za „legalne" i autonomiczne – a jakie za jedynie np. dziwaczne (choć sprytne) warianty notacyjne zdań z logiki drugiego rzędu. Jeśli uznamy, że (przynajmniej niektóre) takie pojęcia są zrozumiałe *per se*, to okaże się, że zobowiązania ontologiczne do istnienia zbiorów zdań klasy $\exists X\varphi(X)$ (albo przynajmniej niektórych takich zdań, gdybyśmy dopuszczali jedynie pewną węższą klasę prefiksów) można wyeliminować poprzez „nieliniowe przeformułowanie". Nie ulega wątpliwości, iż byłby to fakt bardzo doniosły z punktu widzenia problemu zobowiązań ontologicznych (i oczywiście byłby w jawnej sprzeczności ze stanowiskiem Quine'a). Problem jest tu rozważany w kontekście prefiksów kwantyfikatorowych, jest jednak wyrazem pewnego ogólnego faktu.[26]

---

[25] Nominalista – jeśli tylko możliwa jest parafraza zdania pozornie angażującego obiekty abstrakcyjne do postaci bez owych obiektów – takiej parafrazy dokona. Zamiast powiedzieć „Istnieje podobieństwo między tymi samochodami" powie przecież „Te samochody są podobne".

[26] Warto tutaj przypomnieć przykład rozważany przez Boolosa w pracy [Boolos 1985], który wychodzi od analizy pojęcia przodka, podanej przez Fregego „*A* jest przodkiem *B* $\Leftrightarrow$ *A* jest

3. PODSUMOWANIE

W oryginalnym ujęciu Quine'a, zidentyfikowanie zobowiązań ontologicznych danej teorii możliwe jest poprzez podanie odpowiedniego przeformułowania zdań tej teorii do pewnej kanonicznej, ontologicznie neutralnej postaci. Prawdziwa forma logiczna zdania byłaby więc odkrywana dopiero poprzez przeformułowanie zdania bądź to do zdania logiki pierwszego rzędu (wtedy ukazują się wyłącznie zobowiązania ontologiczne do istnienia indywiduów), bądź to do zdania wyższego rzędu (wtedy ukazują się zobowiązania ontologiczne do istnienia np. zbiorów czy funkcji). Jednak jeśli przyjmiemy bardziej liberalne kryteria parafrazowania, to okaże się, iż zobowiązania ontologiczne teorii mogą okazać się inne. Wyraźnie jest to widoczne na przykładzie kwantyfikatorów Henkina, czy ogólniejszej klasy kwantyfikatorów rozgałęzionych: uznanie ich „legalności" (tj. semantycznej autonomii) prowadzi do innego zidentyfikowania zobowiązań ontologicznych niż gdybyśmy stosowali kryterium Quine'a[27]. Ma to istotne znaczenie w szczególności dla dyskusji dotyczącej matematycznego realizmu. Zgodnie z argumentem z niezbędności (który jest najszerzej dyskutowanym w literaturze argumentem na rzecz matematycznego realizmu), istnieją te obiekty matematyczne, których istnienie winniśmy uznać przy realistycznej interpretacji teorii fizycznych. Zaś identyfikacja klasy tych obiektów jest możliwa dzięki kryterium kwantyfikatorowemu. Jeśli więc odrzucimy to kryterium w jej oryginalnej postaci, to powraca pytanie o zobowiązania

elementem każdej klasy zawierającej *B* i domkniętej na operację dodawania rodziców." W tej analizie posługujemy się pojęciem przodka, nie jest jednak oczywiste, czy dla zinterpretowania zdań dotyczących przodków konieczne jest odwołanie się do pojęcia klasy? Boolos rozważa pytanie, czy ktoś, kto jest przekonany, iż Napoleon nie był jego przodkiem jest zobowiązany do uznania istnienia klas (w przeciwnym bowiem wypadku nie mógłby owego zdania nawet zrozumieć)?

[27] Podobne rozważania można prowadzić w odniesieniu innych logik, także logik z dodatkowymi kwantyfikatorami innych typów niż rozważane tutaj (np. kwantyfikatorami mocy, podzielności *etc.*). Ciekawym przykładem są kwantyfikatory Boolosa (*plural quantifiers*). Zdaniem Boolosa, kwantyfikator „ istnieją pewne..." (*there are some...* – tzn.: jeden lub więcej takich obiektów) ma charakter autonomiczny, ma ustalone znaczenie, którego sens jest jasny niezależnie od przeformułowań o charakterze teoriomnogościowym. Zmienne związane tym kwantyfikatorem mają charakter zmiennych indywiduowych – zaś kwantyfikatory te mają większą moc wyrażeniową niż tradycyjne. Dzięki temu możliwe jest wyeliminowanie (przynajmniej niektórych) zobowiązań ontologicznych do istnienia zbiorów (por. [Boolos 1985]).

ontologiczne teorii[28]. Identyfikacja zobowiązań ontologicznych okaże się zatem zależeć od rozstrzygnięć „ideologicznych", dotyczących granic pojęć logicznych, semantycznej autonomii pewnych środków językowych *etc.* Można to uznać za szczególny przypadek ogólnego problemu: na czym polegają „legalne" parafrazy i na jakiej podstawie uznajemy jedną z możliwych parafraz za wyróżnioną[29]. Problem identyfikacji ontologii powinien więc być stawiany nie tylko relatywnie do danej teorii *T*, ale także relatywnie do przyjętych przyjmowanych założeń metateoretycznych (dotyczących identyfikacji „prawdziwej formy logicznej", czyli w szczególności uznania autonomii określonych środków semantycznych). Pojęcie zobowiązania ontologicznego staje się więc pojęciem niejako podwójnie metateoretycznym: jest ono oczywiście zrelatywizowane do danej teorii *T* (nie pytamy o zobowiązania *per se*, ale relatywnie do teorii *T*), lecz również zależy od tego, jak liberalni będziemy jeśli chodzi o standardy dokonywania parafraz (tj. znajdowania semantycznie równoważnych zdań w innych logikach). To zależy zaś od tego, jaką klasę logik uznamy za dopuszczalną: aby zidentyfikować prawdziwe zobowiązania ontologiczne, będziemy musieli podać parafrazy w jednej z logik dopuszczalnych.

---

[28] Problem rekonstrukcji fragmentów matematyki z użyciem kwantyfikatorów Boolosa (dzięki czemu minimalizuje się zobowiązania ontologiczne) podejmuje Hellman w pracy [Hellman 1996]. Zauważa on, że dołączenie do języka kwantyfikatora Boolosa umożliwia formułowanie zdań na temat klas zbiorów liczb rzeczywistych, bez „zaciągania zobowiązań" do ich istnienia. Ma to istotne znaczenie z punktu widzenia dyskusji realizm-antyrealizm (w kontekście zastosowań matematyki).

[29] Problem parafraz ma bliski związek z problemem redukcji ontologicznych – a ten z kolei wiąże się z problemem zależności między ontologią a „ideologicznymi założeniami w tle". Szkolny przykład to problem reistycznych parafraz takich zdań, które *prima facie* odwołują się do własności (np. „Jan jest odważny" zamiast „Jana cechuje odwaga"). Zdaniem reisty, pierwsze z tych zdań ukazuje prawdziwe zobowiązania ontologiczne, drugie zaś angażuje pojęcia platonistyczne i wymaga przeformułowania. Teza ta opiera się jednak na pewnych założeniach metateoretycznych – np. głoszących, że spośród dwóch możliwych sformułowań należy wybrać takie, które jest zgodne ze stanowiskiem reizmu.

Quine w [Quine 1964] prowadzi analizę standardów metodologicznych, którymi kierujemy się przy redukcjach ontologicznych: w zależności od tego, jakie standardy przyjmiemy, jakie redukcje uznamy za dopuszczalne, będzie to miało wpływ na przyjmowaną ontologię.

BIBLIOGRAFIA

Barwise J., Feferman S. (red.)
[1985] *Model-theoretic logics,* Springer-Verlag.

Boolos G.
[1985] "Nominalist Platonism," *Philosophical Review* 94**,** 327-344.

Enderton H.B.
[1970] "Finite Partially-Ordered Quantifiers", *Zeitschrift f.math.Logik und Grundlagen d.Math*, 1 6, 393-397.

Gómez-Torrente, M.
[2002] "The Problem of Logical Constants." *Bulletin of Symbolic Logic* 8, 1-37.

Hellman G.
[1996] "Structuralism without structures", *Philosophia Mathematica*, 3, vol.4, 100-123.

Krynicki M., Mostowski M.
[1995] „Henkin quantifiers", w: Krynicki M., Mostowski M., *Quantifiers: Logics, Models and Computation, Vol I.*, Kluwer Academic Publishers, 193-262.

Mostowski M.
[1994] „Kwantyfikatory rozgałęzione a problem formy logicznej", w: *Nauka i język*, Pelc J. (red.), Warszawa, Wydawnictwa WFiS, 201-241.

Quine, W.V.O,
[1953a] „On what there is", w: *From a Logical Point of View*, Cambridge, Harvard University Press, 1-19. Przekład polski: „O tym, co istnieje", w: *Z punktu widzenia logiki*, (red. B. Stanosz), Warszawa: PWN, 1969, 9-34.
[1953b] „Two dogmas of empiricism", w: *From a Logical Point of View*, Cambridge, Harvard University Press, 20-46, przekład polski: „Dwa dogmaty empiryzmu" w: *Z punktu widzenia logiki*, Warszawa: PWN, 1969, 35-70.
[1964] „Ontological reduction and the world of numbers", *The Journal of Philosophy*, LXI (7), 209-216.

[1969] „Existence and Quantification”, w: *Ontological Relativity and Other Essays*, New York: Columbia University Press, 91-113.

[1986] *Granice wiedzy i inne eseje filozoficzne*, Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa.

Shapiro S.

[1991] *Foundations without foundationalism*, Clarendon Press, Oxford.

Sher, G.

[1991] *The Bounds of Logic: a Generalized Viewpoint*. Cambridge, MA, MIT Press.

Tharp, L. H.

[1975] "Which Logic Is the Right Logic?" *Synthese* 31, 1-21.

Walkoe W.J.Jr.

[1970] „Finite Partially-Ordered Quantifcation”, *Journal of Symbolic Logic*, 51, 535-555.